DOI:10.12158/j.2096-3203.2022.05.005

基于数值拉普拉斯逆变换的 MMC-HVDC 故障电流计算

吴通华¹,戴魏¹,李新东¹,侯小凡¹,欧阳自强^{1,2},严正^{1,2}
(1.智能电网保护和运行控制国家重点实验室,南瑞集团(国网电力科学研究院) 有限公司,江苏南京 211106;2.上海交通大学电力传输与功率变换控制 教育部重点实验室,上海 200240)

摘 要:对模块化多电平换流器型高压直流输电(MMC-HVDC)系统的故障暂态分析是保护策略精细化设计和设备参数选取的重要依据。为真实反映故障后架空线路上电流行波过程,有必要在分析中引入传输线分布参数模型。首先,对故障阶段的MMC进行合理等效;然后,在复频域下建立直流系统故障等值电路,采用节点分析法求解故障电流,并通过数值拉普拉斯逆变换(NILT)将复频域中获得的分析结果转换为时域响应;最后,将基于NILT的计算结果与电磁暂态仿真结果进行对比验证。结果表明:所提方法具有较高精确度,可以有效反映故障行波的传播特性,对MMC-HVDC系统的保护设计具有积极意义。

关键词:数值拉普拉斯逆变换(NILT);高压直流输电(HVDC);模块化多电平换流器(MMC);架空输电线;故障电流计算;行波过程

中图分类号:TM722

文献标志码:A

文章编号:2096-3203(2022)05-0040-10

0 引言

模块化多电平换流器型高压直流输电(modular multilevel converter based high voltage direct-current, MMC-HVDC)具有控制方便、谐波小、可模块化设计 等优势,在高电压等级输电^[1-2]、无源网络供电^[3]以 及海上风电并网^[4]等场景中广泛应用。架空线是 MMC-HVDC 实现大功率电能输送的主要方式。当 长距离线路直接暴露于环境中时,故障概率会增 加^[5-6]。若故障后保护迅速动作,限制电流上升率 和峰值水平,直流断路器开断并清除故障^[7],则能 避免换流站闭锁^[8],因此 MMC 闭锁前的故障暂态 分析具有工程意义。短路电流水平是电路参数和 绝缘配合设计的重要依据,且有助于故障定位和制 定保护策略^[9-10]。

MMC 子模块(sub-module,SM)投切具有非线性 特征,故障电磁暂态过程复杂,采用仿真软件模拟 计算存在局限性^[11-12]:(1)直流工程复杂度高,建 模困难,应用不便;(2)须针对不同故障类型和故障 位置分别进行仿真,耗时长,效率较低。因此,高效 剖析故障后暂态过程,便捷且准确地解析计算故障 电流成为控制保护领域关注的重点。

文献[13]基于两端 MMC-HVDC 极间短路机理 建立了等值电路模型,求解故障电流解析表达式, 并在此基础上讨论了系统参数对故障过程的影响;

收稿日期:2022-04-28;修回日期:2022-07-12 基金项目:国家自然科学基金资助项目(52107113) 文献[14]研究经大、小电阻短路2类场景下故障电 流解析计算,提出了一种桥臂旁路保护方法;文献 [15—16]以故障电流解析解为依据,分析了直流故 障清除方法;文献[17]则针对多端系统中单极接 地、单极接中性线和双极短路等不同故障类型,构 建了故障阶段直流电网等值电路模型,通过建立修 正矩阵方程定量分析计算暂态短路电流。上述故 障电流计算的相关研究中,基本思路都是将换流站 表示为等值电路,输电线表示为 RL 支路,进而将故 障后直流系统等效为线性电路,通过电路理论列方 程求解[11-17],但忽略了输电线路分布参数特性,无 法体现实际的故障行波传播过程。实际工程中,行 波原理是故障定位[18] 和保护设计(例如线路保 护)^[19]的重要依据。鉴于此,为精细化分析架空线 路故障后的详细暂态过程,在 MMC-HVDC 系统故 障电流计算过程中引入传输线分布式参数模型。

描述传输线特性的偏微分方程组是故障暂态 分析的出发点,而该方程组只在极少数情况下有解 析解(如均匀无损输电线)。为克服此限制,文中在 复频域中展开分析。首先,将故障阶段 MMC 等效 为 RLC 串联电路,分布式参数传输线表示为两端口 网络,并基于节点分析法列写方程求得直流系统故 障电流表达式。然后,通过数值拉普拉斯逆变换 (numerical inversion of Laplace transform, NILT)^[20-22] 将复频域中分析结果转换为相应的时域暂态。最 后,在 PSCAD/EMTDC 中建模仿真验证并进行理论 分析。文中所提算法能反映完整行波过程,且具有 较高精度,对 MMC-HVDC 系统进行故障分析以及 保护设计具有工程价值。

1 MMC-HVDC 故障过程分析

1.1 MMC 短路电流通路

以对称双极结构 MMC-HVDC 为研究对象分析 直流故障暂态特性,典型的 MMC 拓扑结构见图 1, R_g 为接地极电阻。MMC 正、负极结构完全一致,换 流站中性点连接金属回线,直流线路两端连接平波 电抗器 $L_{\rm fw}$ 。换流器每相上、下桥臂分别由 N 个半桥 SM 与桥臂电抗 $L_{\rm am}$ 串联构成,每个 SM 包含 2 个绝 缘栅双极型晶体管(insulated gate bipolar transistor, IGBT)、续流二极管组和 1 个储能电容 $C_{\rm SM}$ 。



Fig.1 MMC topology

正常运行时,直流侧电压、电流分别为 U_{de}, I_{de}, 且保持稳定。任意时刻 MMC 中每相上、下桥臂投 入 SM 总数不变,均为 N,将电阻 R_{arm}等效为桥臂 SM 开关导通损耗。通过控制 N 个投入 SM 在上、下桥 臂间分配得到相应的输出交流电压。

文中重点讨论直流线路短路后、MMC 闭锁前的 故障电流计算。为降低故障暂态过程的分析复杂 度,对这一阶段短路电流通路进行讨论并建立等值 电路,如图 2 所示。

根据现有研究^[13-14], MMC 闭锁前一段时间内 (约10 ms)桥臂投入 SM 数量保持不变,处于投入状 态的 SM 电容经 IGBT 向故障点放电,图 2(a)中以 红色线表示,直流侧可等效为 RLC 串联电路,其中 *L*_{eq},*C*_{eq},*R*_{eq}分别为等值电路中的电感、电容和电阻 值。同时,交流系统通过 SM 中的二极管向短路点 注入电流,图 2(a)中以蓝色线表示,相当于发生三 相短路。但由于换流站交流侧系统三相对称,因此 交流故障电流只流经各相桥臂,对直流侧故障电流 无贡献。分析直流线路故障暂态时,可直接将交流



图 2 短路后 MMC 闭锁前短路电流通路及等值电路

Fig.2 Short-circuit current path and equivalent circuits of MMC before being blocked after fault

侧断开。线路故障电流解析计算即为已知初始条件情况下的线性电路响应求解问题,该过程并不涉及控制系统^[8,23-24]。

1.2 极间短路故障

MMC-HVDC 发生极间短路时,金属回线上无电流经过。两端换流站正、负极 MMC 中 SM 电容经过 正、负极线路同时向故障点放电。传输线极间短路 故障后换流站闭锁前 MMC-HVDC 系统等值电路如 图 3 所示,其中 *R*_f为短路过渡电阻。



图 3 MMC-HVDC 传输线极间短路等值电路

Fig.3 Equivalent circuit of short circuit between transmission lines in MMC-HVDC

等值电路中 R_{eq}, L_{eq}, C_{eq} 分别为:

$$\begin{cases} R_{\rm eq} = 4R_{\rm arm}/3 \\ L_{\rm eq} = 4L_{\rm arm}/3 + 2L_{\rm fw} \\ C_{\rm eq} = 3C_{\rm SM}/(2N) \end{cases}$$
(1)

MMC 闭锁前等值电路放电过程初始条件为:

$$\begin{cases} u_c(0_+) = u_c(0_-) = U_{dc} \\ i_l(0_+) = i_l(0_-) = I_{dc} \end{cases}$$
(2)

式中: $u_c(0_+)$, $u_c(0_-)$ 分别为短路前、后瞬间等值 电路中的电容电压; $i_L(0_+)$, $i_L(0_-)$ 分别为短路前、 后瞬间等值电路中的电感电流。

1.3 单极短路故障

单极短路故障分为单极接地和单极接金属回 线2类,两者的区别在于故障电流是否流经接地极。 以正极线路接地为例进行分析,故障后两端换流站 正极 MMC 电容放电,故障电流依次流经正极线路、 故障点以及接地极,由金属回线返回 MMC,形成通 路。传输线单极短路故障后换流站闭锁前 MMC-HVDC 系统等值电路如图 4 所示。



图 4 MMC-HVDC 传输线单极故障等值电路

Fig.4 Equivalent circuit of single-pole fault of transmission line in MMC-HVDC

$$\begin{cases}
R_{eq} = 2R_{arm}/3 \\
L_{eq} = 2L_{arm}/3 + L_{fw} \\
C_{eq} = 3C_{SM}/N
\end{cases}$$
(3)

MMC 闭锁前等值电路放电过程初始条件为:

$$\begin{cases} u_c(0_+) = u_c(0_-) = U_{dc}/2 \\ i_L(0_+) = i_L(0_-) = I_{dc} \end{cases}$$
(4)

2 复频域下直流传输线模型

直流系统中传输线连接换流站。分布式参数 有损传输线的等值电路见图 5,首末端节点记为 m, n;时域中两端电压、电流分别记为 u_m , u_n 和 i_m , i_n ;传 输线长度为 L_{line} ; R_0 , L_0 , G_0 , C_0 分别为单位长度电 阻、电感、电导及电容。



图 5 分布式参数有损传输线的等值电路 Fig.5 Equivalent circuit of distributed parameter

lossy transmission line

$$\begin{cases} -\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = R_0 i(x,t) + \frac{L_0 \partial i(x,t)}{\partial t} \\ -\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = G_0 u(x,t) + \frac{C_0 \partial u(x,t)}{\partial t} \end{cases}$$
(5)

对式(5)进行拉氏变换,复频域下传输线模型 用常微分方程表示为:

$$\begin{cases} - dU(x,s)/dx = (sL_0 + R_0)I(x,s) \\ - dI(x,s)/dx = (sC_0 + G_0)U(x,s) \end{cases}$$
(6)
其通解为:

$$\begin{cases} U(x,s) = U_{\rm f}(s) e^{-\gamma x} + U_{\rm b}(s) e^{\gamma x} \\ I(x,s) = I_{\rm f}(s) e^{-\gamma x} + I_{\rm b}(s) e^{\gamma x} = \\ \frac{1}{Z} (U_{\rm f}(s) e^{-\gamma x} - U_{\rm b}(s) e^{\gamma x}) \end{cases}$$
(7)

其中:

$$Z \gamma = \sqrt{(sL_0 + R_0)(sC_0 + G_0)}$$

$$Z = \sqrt{(sL_0 + R_0)/(sC_0 + G_0)}$$
(8)

式中: U_{f} , U_{b} 分别为电压前行、反行波; I_{f} , I_{b} 分别为电 流前行、反行波。则有:

$$\begin{cases} U(x,s) + ZI(x,s) = 2U_{\rm f}(s) e^{-\gamma x} \\ U(x,s) - ZI(x,s) = 2U_{\rm h}(s) e^{\gamma x} \end{cases}$$
(9)

文中仅关心传输线两端电气特性,分别取输电 线位置 $x=0, x=L_{line}$,得到两端电流、电压关系为:

$$\begin{cases} U(0,s) + ZI(0,s) = \\ (U(L_{\text{line}},s) + ZI(L_{\text{line}},s)) e^{\gamma L_{\text{line}}} \\ U(0,s) - ZI(0,s) = \\ (U(L_{\text{line}},s) - ZI(L_{\text{line}},s)) e^{-\gamma L_{\text{line}}} \end{cases}$$
(10)

因此复频域下传输线可视为两端口网络,其端 口特性由导纳矩阵 Y 表示为:

$$I = \begin{bmatrix} I_m \\ I_n \end{bmatrix} = YU = \begin{bmatrix} Y_1 & Y_2 \\ Y_3 & Y_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_m \\ U_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma L_{\text{line}}) & -\frac{1}{Z\sinh(\gamma L_{\text{line}})} \\ -\frac{1}{Z\sinh(\gamma L_{\text{line}})} & \frac{\cosh(\gamma L_{\text{line}})}{Z\sinh(\gamma L_{\text{line}})} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_m \\ U_n \end{bmatrix}$$
(11)

式中:I为支路电流向量;U为节点电压向量; I_m , I_n 分别为复频域中首末端节点m,n处电流; U_m , U_n 分 别为复频域中首末端节点m,n处电压; Y_k 为矩阵Y中第k个元素。

故基于描述传输线特性的电报方程,在复频域 下建立传输线端口数学分析模型,如图6所示。



图 6 传输线等效两端口网络

Fig.6 Equivalent two-port network of transmission line

3 采用 NILT 的故障电流计算

3.1 复频域下 MMC 模型

在 MMC-HVDC 故障等值电路中, MMC 表示为 RLC 串联电路。电感、电容的时域表达式经拉氏变 换后变为:

$$U_{L}(s) = LsI_{L}(s) - Li_{L}(0_{-})$$
(12)

$$I_c(s) = CsU_c(s) - Cu_c(0_-)$$
 (13)

式中: $U_L(s)$, $U_c(s)$ 分别为复频域下等值电路中电 感、电容的电压; $I_L(s)$, $I_c(s)$ 分别为复频域下等值 电路中电感、电容的电流。

则电感和电容分别采用诺顿等值电路和戴维 南等值电路表示,如图7所示。



图 7 复频域下电感和电容等值电路 Fig.7 The equivalent circuit of indutor and capacitor in complex frequency domain

MMC 的等效 RLC 串联电路是传输线的端接网络。记端口电压、电流分别为 $U_{MMC}(s)$, $I_{MMC}(s)$, 则复频域下 MMC 等值电路的电气特性表示为:

$$U_{\rm MMC}(s) = Z_{\rm eq} I_{\rm MMC}(s) - L_{\rm eq} i_L(0_-) + u_C(0_-)/s$$
(14)

其中, Zea 为等值电路阻抗, 即:

$$Z_{\rm eq} = R_{\rm eq} + sL_{\rm eq} + 1/(sC_{\rm eq})$$
(15)

3.2 暂态故障电流计算

记故障点距左、右两端换流站距离分别为 $l_{\rm L}$, $l_{\rm R}$ 。对图 3、图 4 中故障等值电路各节点编号,节点 电压记为 $U_j(s)$,下标j为节点编号;将支路电流记 为 $I_{\rm nm}(s)$ 。

采用节点分析法求解直流系统传输线故障等 值电路,即可得到各支路电流。式(11)中传输线等 效端口特性方程通过导纳矩阵反映复频域下传输 线两端电流和电压关系。根据实际电路信息,在单 一传输线导纳矩阵 Y_{nm}的基础上得到等值电路的节 点导纳矩阵 Y_{rms},并建立如下方程:

$$\boldsymbol{I} = \boldsymbol{Y}_{\mathrm{Trans}} \boldsymbol{U} \tag{16}$$

图 3 中极间短路等值电路的节点导纳矩阵 Y_{Trans} 为:

$$Y_{\text{Trans}} = \begin{bmatrix} Y_{12,1} & Y_{12,2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Y_{12,3} & Y_{12,4} + Y_{23,1} + \frac{1}{R_f} & Y_{23,2} & 0 & -\frac{1}{R_f} & 0 \\ 0 & Y_{23,3} & Y_{23,4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Y_{45,1} & Y_{45,2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_f} & 0 & Y_{45,3} & Y_{45,4} + Y_{56,1} + \frac{1}{R_f} & Y_{56,2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Y_{56,3} & Y_{56,4} \end{bmatrix}$$

$$(17)$$

图 4 中单极故障等值电路的节点导纳矩阵 Y_{Trans} 为:

$$\boldsymbol{Y}_{\text{Trans}} = \begin{bmatrix} Y_{12,1} & Y_{12,2} & 0 & 0 \\ Y_{12,3} & Y_{12,4} + Y_{23,1} + \frac{1}{R_{\text{f}}} & Y_{23,2} & 0 \\ 0 & Y_{23,3} & Y_{23,4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R_{\text{g}}} \end{bmatrix}$$
(18)

式中: $Y_{nm,k}$ 为传输线导纳矩阵 Y_{nm} 中第 k 个元素。 式(18)导纳矩阵针对单极接地故障建立,若为单极 接金属回线故障,则相应 Y_{Trans} 中 $Y_{Trans}(2,4)$ 替换为 $- 1/R_{f}$, $Y_{Trans}(4,2)$ 替换为 $- 1/R_{f}$, $Y_{Trans}(4,4)$ 替换 为 $1/R_{g}$ + $1/R_{f}$ 即可。

针对极间短路故障和单极故障2类情况,可根据式(14)分别引入如式(19)、式(20)所示的边界条件。

$$\begin{cases} I_{14}(s) = -I_{41}(s) = I_{MMC,L}(s) \\ I_{36}(s) = -I_{63}(s) = I_{MMC,R}(s) \\ U_{1}(s) - U_{4}(s) = U_{MMC,L}(s) \\ U_{3}(s) - U_{6}(s) = U_{MMC,R}(s) \end{cases}$$
(19)
$$\begin{cases} I_{14}(s) = -I_{41}(s) = I_{MMC,L}(s) \\ I_{34}(s) = -I_{43}(s) = I_{MMC,R}(s) \\ U_{1}(s) - U_{4}(s) = U_{MMC,L}(s) \\ U_{3}(s) - U_{4}(s) = U_{MMC,R}(s) \end{cases}$$
(20)

式中: $U_{MMC,L}(s)$, $U_{MMC,R}(s)$ 为两端换流站 MMC 等 值电路端口电压; $I_{MMC,L}(s)$, $I_{MMC,R}(s)$ 为两端换流 站 MMC 等值电路端口电流。其中,电气量的下标 L,R 分别表示其位于 MMC 等值电路中的左端、 右端。

将式(19)、式(20)分别代入式(16)中得到式 (21)、式(22)。

复频域下,求解式(21)得到极间故障等值电路 节点电压响应,求解式(22)得到单极故障等值电路 节点电压响应,进一步将求解结果代入式(16)既可 获得各支路电流。上述计算过程可通过计算机编 程可简易实现。

3.3 NILT 计算方法

频域分析方法克服了传输线方程组在时域中 无法获得解析解的限制,因此对于 3.2 节中在复频 域下计算得到的直流故障电流表达式,其关键点在 于如何转换为时域动态响应。

NILT 作为一种简单易行的数值计算方法,容易 编程实现,可以高效、方便地将复频域中分析结果 *F*(*s*)转换为时域中*f*(*t*)。

拉普拉斯逆变换定义如式(23)所示。

电力工程技术

$$\begin{bmatrix} Y_{12,1} & Y_{12,2} & 0 & Y_{45,1} & Y_{45,2} & 0 \\ 0 & Y_{23,3} & Y_{23,4} & 0 & Y_{56,3} & Y_{56,4} \\ Y_{12,3} & Y_{12,4} + Y_{23,1} + \frac{1}{R_{\rm f}} & Y_{23,2} & 0 & -\frac{1}{R_{\rm f}} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_{\rm f}} & 0 & Y_{45,3} & Y_{45,4} + Y_{56,1} + \frac{1}{R_{\rm f}} & Y_{56,2} \\ 1 + Z_{\rm eq,L}Y_{12,1} & Z_{\rm eq,L}Y_{12,2} & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & Z_{\rm eq,R}Y_{23,3} & 1 + Z_{\rm eq,R}Y_{23,4} & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{u_{C,L}(0_-)}{s} - L_{\rm eq,L}i_{14}(0_-) \\ \frac{u_{C,R}(0_-)}{s} - L_{\rm eq,R}i_{36}(0_-) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Z_{eq,L}Y_{12,1} + 1 & Z_{eq,L}Y_{12,2} & 0 & -1 \\ Y_{12,3} & Y_{12,4} + Y_{23,1} + \frac{1}{R_{f}} & Y_{23,2} & 0 \\ 0 & Z_{eq,R}Y_{23,3} & Z_{eq,R}Y_{23,4} + 1 & -1 \\ Y_{12,1} & Y_{12,2} + Y_{23,3} & Y_{23,4} & \frac{1}{R_{g}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{1} \\ U_{2} \\ U_{3} \\ U_{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{u_{c,L}(0_{-})}{s} - L_{eq,L}i_{14}(0_{-}) \\ 0 \\ \frac{u_{c,R}(0_{-})}{s} - L_{eq,R}i_{34}(0_{-}) \\ 0 \end{bmatrix}$$
(22)
$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} F(s) e^{st} dt = \frac{1}{2\pi j t} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} F(s) e^{st} dt = \frac{1}{2\pi j t} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} F(\frac{z}{t}) e^{z} dz$$
(23)

式中: $s = \sigma + j\omega$ 为拉普拉斯算子; σ 为任意正常数; z = st。

利用有理函数 $\xi_{\alpha,\beta}(z)$ 对 e^z 进行 Pade 逼 近^[20-21],使得两者泰勒展开式的前 $\alpha+\beta+1$ 项相等。 $\xi_{\alpha,\beta}(z)$ 表达式如式(24)所示,其中 $P_{\alpha}(z)$, $Q_{\beta}(z)$ 分别为 α,β 阶多项式; z_i 为 $\xi_{\alpha,\beta}(z)$ 极点, k_i 为极点 对应留数,两者均可为复数。当 α,β 给定,可确定 有理函数 $\xi_{\alpha,\beta}(z)$ 。

$$e^{z} \approx \xi_{\alpha,\beta}(z) = \frac{P_{\alpha}(z)}{Q_{\beta}(z)} =$$

$$\frac{\sum_{i=0}^{\alpha} (\beta + \alpha - i)! C_{\alpha}^{i} z^{i}}{\sum_{i=0}^{\beta} (-1)^{i} (\beta + \alpha - i)! C_{\beta}^{i} z^{i}} = \sum_{i=1}^{\beta} \frac{k_{i}}{z - z_{i}}$$
(24)

用 $\xi_{\alpha,\beta}(z)$ 替代式(23)中 e^z 得到f(t) 的近似表 达 $\hat{f}(t)$ 为:

$$\hat{f}(t) = \frac{1}{2\pi j t} \int_{\sigma' - j\infty}^{\sigma' + j\infty} F\left(\frac{z}{t}\right) \xi_{\alpha,\beta}(z) \,\mathrm{d}z \qquad (25)$$

变量置换后积分范围 σ'亦为任意正常数。将 式(25)中积分路径连接右半平面上半径无限远的 半圆弧形成顺时针闭合路径 c,如图 8 所示。

适当选择 α , β 满足 $\beta - \alpha > 2$,使得被积函数 $G(z) = F(z/t)\xi_{\alpha,\beta}(z)$ 的极点数至少比零点数多 2,此时沿半圆弧路径的积分值趋于零,原积分路径由路径 c代替。积分可根据留数定理计算如下:



$$\oint G(z) dz = -2\pi j \sum \operatorname{Res}[G(z)] \qquad (26)$$

式中: Res[G(z)] 为被积函数 G(z) 在闭合路径中极点对应留数。 $\xi_{\alpha,\beta}(z)$ 所有极点均可包含在闭合路径中;而函数 F(z/t) 作为无源线性系统的响应函数,其极点必在左半平面,即 G(z) 包含在闭合积分路径中的极点全部为 $\xi_{\alpha,\beta}(z)$ 极点。式(26)可改写为:

$$\oint_{c} F\left(\frac{z}{t}\right) \xi_{\alpha,\beta}(z) \,\mathrm{d}z = -2\pi \mathrm{j} \sum_{i=1}^{\beta} F\left(\frac{z_{i}}{t}\right) k_{i} \quad (27)$$

将式(27)代入式(25)得到*f*(t)为:

$$\hat{f}(t) = -\frac{1}{t} \sum_{i=1}^{\beta} F\left(\frac{z_i}{t}\right) k_i$$
(28)

由于极点分布及相应留数具有共扼性质,则式 (28)为关于 t 的实函数。由上述推导过程可以看 出, z_i 和 k_i 根据 Pade 逼近得到,与时域响应函数 f(t)无关,计算过程独立进行,故 NILT 方法具有普 遍性。文中计算采用有理函数 $\xi_{6,8}(z)$ 和 $\xi_{12,16}(z)$ 对 e^{*} 逼近。两函数的极点和相应的留数分别由表 1、表 2 给出,且极点和留数以共轭复数的形式成对 出现。

(21)

表 1 $\xi_{6,8}(z)$ 的极点和对应的留数 Table 1 The poles and the corresponding residues of $\xi_{6,8}(z)$

| z_i | 数值 | k_i | 数值 |
|-------------------------|--------------------|-----------|----------------------------|
| <i>z</i> _{1,2} | 3.694 86±j11.269 7 | $k_{1,2}$ | -31.848 7±j14.952 8 |
| z _{3,4} | 6.741 26±j7.885 95 | $k_{3,4}$ | $312.818 \mp j428.595$ |
| z _{5,6} | 8.402 25±j4.691 16 | $k_{5,6}$ | -782.685±j2 253.94 |
| z _{7,8} | 9.161 63±j1.558 38 | $k_{7,8}$ | $501.716e \mp j4 \ 735.00$ |

表 2 $\xi_{12,16}(z)$ 的极点和对应的留数 Table 2 The poles and the corresponding residues of $\xi_{12,16}(z)$

| residues of ζ _{12,16} (2) | | | | | | | |
|------------------------------------|--------------------|--------------------|--------------------------------|--|--|--|--|
| z_i | 数值 | k_i | 数值 | | | | |
| z _{1,2} | 3.512 69±j24.500 3 | $k_{1,2}$ | -36.029 8∓j12.617 6 | | | | |
| $z_{3,4}$ | 8.173 07±j20.779 5 | $k_{3,4}$ | 2 681.46∓j1 106.24 | | | | |
| z _{5,6} | 11.364 3±j17.382 1 | $k_{5,6}$ | -41 638.40±j41 378.9 | | | | |
| $z_{7,8}$ | 13.699 6±j14.121 4 | $k_{7,8}$ | 276 188.1∓j460 465.5 | | | | |
| $z_{9,10}$ | 15.415 3±j10.932 9 | $k_{9,10}$ | -985 634.4±j2 560 573.1 | | | | |
| z _{11,12} | 16.630 5±j7.786 02 | k _{11,12} | 2 058 579.1 \mp j8 482 587.3 | | | | |
| z _{13,14} | 17.411 0±j4.663 18 | k _{13,14} | -2 454 498.9±j18 206 069.9 | | | | |
| z _{15,16} | 17.793 2±j1.553 06 | k _{15,16} | 1 144 359.1∓j26 425 698.6 | | | | |

4 仿真验证与分析

文中采用主频 2.50 GHz 的 Intel(R) Core(TM) i5-7300HQ 中央处理器、内存 16 GB 的 4 核计算机, 运行 64 位 Windows 10 操作系统,基于 NLIT 的故障 暂态计算方法则通过 Matlab 编程实现。此外,在商 业电磁暂态仿真平台 PSCAD/EMTDC 中搭建两端 MMC-HVDC 系统作为算例,如图 9 所示,直流侧接 地点设置在送端,接地电阻 $R_g = 20 \Omega$,受端中性点 由金属回线连接接地极。传输线采用 Bergeron 模型 表示,主要工程参数如表 3 所示。



图 9 两端 MMC-HVDC 系统仿真模型 Fig.9 Simulation model of two-terminal MMC-HVDC system

文中重点考察直流侧线路故障电流,忽略 MMC 内部态过程,因此在满足精度要求的前提下为兼顾 效率,电磁暂态仿真采用平均值模型^[25],仿真步长 设定为 20 μs。

4.1 故障电流计算方法仿真验证

仿真场景中, MMC-HVDC 系统运行至稳态后, 设定 t 在 2.0 s 时刻, 直流线路中点位置发生故障, 过渡电阻 R_f 为 5 Ω 。针对极间短路、单极接地和单

表 3 两端 MMC-HVDC 系统主要参数 Table 3 Main parameters of two-terminal MMC-HVDC system

| MMC 参数 | 数值 | 传输线参数 | 数值 |
|------------|-------------------|---|------------------------|
| 额定容量/MW | 440 | $R_0/(\Omega \cdot \mathrm{m}^{-1})$ | 3.576×10^{-5} |
| 交流侧额定电压/kV | 220 | $C_0/(\mu \mathbf{F} \cdot \mathbf{m}^{-1})$ | 1.041×10^{-4} |
| 桥臂电感/mH | 120 | 架空线长度/km | 400 |
| 单桥臂 SM 数量 | 120 | $L_0/(\operatorname{H}\boldsymbol{\cdot}\operatorname{m}^{-1})$ | 1.616×10 ⁻⁶ |
| 直流侧电压/kV | ±200 | $G_0/(\Omega \cdot \mathrm{m}^{-1})$ | 0 |
| 变压器变比 | 220 kV/ 110 kV | | |
| 平波电感/mH | 20 | | |
| SM 电容/mF | 10 | | |

极接金属回线 3 类故障工况分别进行仿真验证,以送端正极 MMC 为例,交流侧电压、电流的电磁暂态 仿真结果如图 10、图 11 所示。



图 10 送端 MMC 交流侧电压

Fig.10 The AC side voltage of the sending end MMC



图 11 送端 MMC 交流侧电流



可以发现,直流侧故障后,交流侧相当于发生 三相短路,电压跌落,电流增大,验证了1.1节中对 短路电流通路的分析。

记录故障后 10 ms 内直流侧电流、电压暂态波 形,这也是保护设计重点关注的阶段。图 12 为直流 侧电压的电磁暂态仿真结果。以电磁暂态仿真结 果为参考给出了以 *ξ*_{6,8}(*z*) 和 *ξ*_{12,16}(*z*) 逼近时 NLIT 方法的计算结果,并与传统解析算法结果对比如图 13 所示。

可以看出,文中算法计算的波形与仿真波形基本重合,整体发展趋势高度一致,且 Pade 逼近时选用有理函数 $\xi_{\alpha,\beta}(z)$ 的阶数越高,波形吻合程度越高。若以 $\xi_{12,16}(z)$ 进行逼近,故障后 5 ms 内最大误差小于 6%,10 ms 内最大误差小于 8%。其原因是



图 12 送端 MMC 直流侧电压





采用 Pade 逼近的 NILT 的截断误差正比于 $t^{\alpha+\beta+1}$,误 差随着时间推移逐渐扩大^[22]。

由理论分析和计算结果可知,故障后 SM 电容 放电导致直流侧产生过电流。所有故障类型中极 间短路危害最大,故障电流同时流经正、负极线路, 且快速上升。由于文中研究对象为对称双极结构 的 MMC-HVDC,因此单极故障不影响非故障极正常 运行。单极接金属回线故障时,故障极过电流水平 接近极间短路;而单极接地故障时,由于故障电流 流经接地极电阻,因此其过电流水平较低。

传统解析算法中,2.0 s 时刻传输线中点位置发 生故障后,距离故障点 200 km 处的送端 MMC 直流 侧电流立刻上升,且几乎呈线性增长。这是因为传 输线采用集中参数模型,描述为 RL 串联支路,线路 上不存在波过程,因此电气量变化与空间位置无 关。根据电磁暂态仿真结果,短路后送端 MMC 直 流侧电流、电压并没有立刻发生变化。0.8 ms 后电 流才开始上升,并且出现电压跌落。这是因为在实 际过程中,速度为 v 的故障行波沿线路传播 200 km 后首次到达换流站需要 0.8 ms。此后线路上各处电 流、电压即为所有折、反射波的叠加。当行波再次 到达换流站,故障电流继续上升,直流侧电压再次 出现跌落,因此故障电流呈阶梯状上升。文中所提 算法考虑行波的传播特性,计算中引入传输线分布 式参数模型,能详尽描述故障电流暂态过程的发展 趋势和上述故障特征,相比于传统解析算法,准确 度更高,过程更完整,分析结论更可靠。

MMC-HVDC 模型拓扑结构复杂, PSCAD 仿真 过程中须建立高阶节点导纳矩阵并求解,因此计算 量大。而文中所提算法只须在复频域中求解 2 次低 阶矩阵方程(极间故障为 6 阶,单极故障为 4 阶), 后续的 NILT 计算只涉及基本的四则运算,计算复 杂度大幅度降低。记录该算例的计算用时,PSCAD 仿真需要 39.40 s,而基于 NLIT 的算法通过 Matlab 实现需要 1.08 s。较电磁暂态仿真而言,文中所提 算法在计算速度方面有明显优势,这将极大提升研 究效率。

4.2 故障电流暂态特性分析

借助 NLIT 方法选用 *ξ*_{12,16}(*z*) 逼近进一步讨论 不同故障位置、过渡电阻情况下故障电流暂态特 性。为进一步说明文中算法的普适性,分析中同时 给出电磁暂态仿真结果,用于对比参考。

对于不同过渡电阻,传输线中点位置发生各类 型短路时的故障电流计算波形见图 14。过渡电阻 $R_{\rm f}$ 分别设定为 0.001 Ω 、2 Ω 及 20 Ω ,分别表示金属 性短路、经小电阻短路和经大电阻短路的情况。

由图 14 可知,各类型故障中,发生金属性短路 时故障电流最大。短路过渡电阻只影响故障电流 上升速率和大小,并不影响行波到达换流站的时 间,并且随着短路过渡电阻增大,故障电流逐渐 减小。

对于不同故障位置,不同短路位置时的故障电流计算波形见图 15。在距离送端换流站 50 km(近端)、200 km(中点)以及 350 km(远端)处分别设置故障,过渡电阻 $R_{\rm f}$ 设定为 5 $\Omega_{\rm o}$ 。

由图 15 可知,短路位置距离换流站越近,故障 电流越大,上升越快。t₀=2.0 s 时刻故障发生,由于





行波传输需要时间, t_1 时刻首行波到达换流站,保护 安装处可检测到电流开始上升。50 km、200 km 和 350 km 处发生故障时, t_1 分别为 2.000 2 s、2.000 8 s 和 2.001 4 s。此后故障点处反射波于 t_2 时刻再次到 达换流站,故障电流继续上升。50 km、200 km 和 350 km 处发生故障时, t_2 分别为 2.000 6 s、2.002 5 s 和 2.004 4 s。故障类型不影响行波沿到达换流站 时间。

由理论分析可知,若故障位置越远,首行波到 达时刻 t₁越晚。即对于速度为 v 的行波,故障点至 换流站距离 x 可计算为:

$$x = v(t_1 - t_0)$$
 (29)

并且行波2次抵达换流站间传播经过路程为2 倍故障位置距离,则x还可以表示为:

$$x = v(t_2 - t_1)/2 \tag{30}$$

以上性质可用于故障定位以及行波保护设计。

针对不同故障位置和过渡电阻情况下各种类型故障工况,对比分析了故障暂态电流的仿真结果和基于 NILT 的计算结果。结果表明两者高度吻合,能准确表达故障电流暂态特性,从而进一步验证了文中所提算法的有效性和普适性。



图 15 短路位置不同时的送端 MMC 直流侧故障电流 Fig.15 The fault current on the DC side of the sending end MMC with different short-circuit positions

5 结论

针对 MMC-HVDC 系统的保护策略设计,需要 重点考察架空线路故障后暂态过程。文中提出了 基于 NILT 的短路电流计算方法,所得结论如下:

(1)文中所提算法的计算结果与电磁暂态仿真 结果高度吻合,能够精确表达故障电流整体发展趋势,验证了算法的有效性。但由于该数值算法的固 有特性,其分析结果误差随时间推移而扩大,方法 主要适用于故障后短时间内暂态分析。

(2)计算中引入传输线分布式参数模型,能够 反映架空线路上波过程,详尽描述暂态故障电流发 展趋势和特征,例如波形、上升率以及行波到达时 间等。其结果准确度更高,过程更加完整,对直流 系统故障分析、定位和保护设计具有参考价值。

(3) 基于 MMC-HVDC 系统拓扑结构,构建等 值电路分析故障暂态。其计算过程简单,规避了繁 琐复杂的仿真过程,具有便捷性;且可以实现对任 意故障位置、任意过渡电阻情况下的短路电流定量 分析,具有通用性和普适性。

本文得到智能电网保护和运行控制国家重点 实验室项目"基于数值拉普拉斯变换和架空线路频 率相关参数的混合直流电网故障定位方法与保护 优化研究"资助,谨此致谢!

参考文献:

[1] 杜晓磊,郭庆雷,吴延坤,等.张北柔性直流电网示范工程控 制系统架构及协调控制策略研究[J].电力系统保护与控 制,2020,48(9):164-173.

DU Xiaolei, GUO Qinglei, WU Yankun, et al. Research on control system structure and coordination control strategy for Zhangbei demonstration project of MMC-HVDC grid [J]. Power System Protection and Control, 2020, 48(9):164-173.

[2] 胡宏,陈浩,丁浩寅,等.特高压混合级联多端直流输电系统的协调控制策略研究[J].电力工程技术,2021,40(4):42-51.

HU Hong, CHEN Hao, DING Haoyin, et al. Coordinated control strategy for hybrid cascaded UHVDC system[J]. Electric Power Engineering Technology, 2021, 40(4):42-51.

- [3] 周保荣,李选平,杨健,等.向无源电网供电的 MMC-HVDC 稳态运行区域分析[J].智慧电力,2020,48(6):98-104.
 ZHOU Baorong, LI Xuanping, YANG Jian, et al. Analysis of steady operation region of MMC-HVDC connected to passive network[J]. Smart Power,2020,48(6):98-104.
- [4] 蔡旭,杨仁炘,周剑桥,等. 海上风电直流送出与并网技术综述[J]. 电力系统自动化,2021,45(21):2-22.
 CAI Xu, YANG Renxin, ZHOU Jianqiao, et al. Review on off-shore wind power integration via DC transmission[J]. Automation of Electric Power Systems, 2021,45(21):2-22.
- [5] 杨海倩,王玮,荆龙,等. MMC-HVDC 系统直流侧故障暂态 特性分析[J]. 电网技术,2016,40(1):40-46. YANG Haiqian, WANG Wei, JING Long, et al. Analysis on transient characteristic of DC transmission line fault in MMC based HVDC transmission system [J]. Power System Technology, 2016,40(1):40-46.
- [6] 王渝红,傅云涛,曾琦,等. 柔性直流电网故障保护关键技术 研究综述[J]. 高电压技术,2019,45(8):2362-2374.
 WANG Yuhong, FU Yuntao, ZENG Qi, et al. Review on key techniques for fault protection of flexible DC grids [J]. High Voltage Engineering,2019,45(8):2362-2374.
- [7] 董新洲,汤兰西,施慎行,等. 柔性直流输电网线路保护配置 方案[J]. 电网技术,2018,42(6):1752-1759.
 DONG Xinzhou, TANG Lanxi, SHI Shenxing, et al. Configuration scheme of transmission line protection for flexible HVDC grid
 [J]. Power System Technology,2018,42(6):1752-1759.
- [8]汤兰西,董新洲. MMC 直流输电网线路短路故障电流的近 似计算方法[J].中国电机工程学报,2019,39(2):490-498,646.

TANG Lanxi, DONG Xinzhou. An approximate method for the calculation of transmission line fault current in MMC-HVDC grid [J]. Proceedings of the CSEE, 2019, 39(2):490-498,646.

- [9] XIANG W, YANG S Z, XU L, et al. A transient voltage-based DC fault line protection scheme for MMC-based DC grid embedding DC breakers [J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2019,34(1):334-345.
- [10] 彭宇锋,张英敏,李俊松,等. 考虑线路电容的 MMC-HVDC 系统直流接地故障电流计算方法[J]. 电力系统保护与控 制,2020,48(23):57-63.
 PENG Yufeng, ZHANG Yingmin, LI Junsong, et al. Ground fault current calculation method for an MMC-HVDC system considering line capacitance[J]. Power System Protection and Control, 2020,48(23):57-63.
- [11] 郝亮亮,李伟杰,王卓雅,等. MMC-HVDC 电网输电线路双 极短路故障电流的实用计算[J]. 电力系统自动化,2020, 44(5):68-76.

HAO Liangliang, LI Weijie, WANG Zhuoya, et al. Practical calculation for bipolar short-circuit fault current of transmission line in MMC-HVDC grid [J]. Automation of Electric Power Systems, 2020, 44(5):68-76.

- [12] 李俊松,张英敏,曾琦,等. MMC-MTDC 系统单极接地故障 电流计算方法[J]. 电网技术,2019,43(2):546-555.
 LI Junsong,ZHANG Yingmin,ZENG Qi, et al. Pole-to-ground fault current calculation method for MMC-MTDC systems[J].
 Power System Technology,2019,43(2):546-555.
- [13] 张国驹,祁新春,陈瑶,等. 模块化多电平换流器直流双极 短路特性分析[J]. 电力系统自动化,2016,40(12):151-157,199.

ZHANG Guoju, QI Xinchun, CHEN Yao, et al. Characteristic analysis of modular multilevel converter under DC pole-to-pole short-circuit fault[J]. Automation of Electric Power Systems, 2016,40(12):151-157,199.

[14] 郭晓茜,崔翔,齐磊. 架空线双极 MMC-HVDC 系统直流短路故障分析和保护[J]. 中国电机工程学报,2017,37(8): 2177-2185.

GUO Xiaoqian, CUI Xiang, QI Lei. DC short-circuit fault analysis and protection for the overhead line bipolar MMC-HVDC system [J]. Proceedings of the CSEE, 2017, 37(8):2177-2185.

[15] 吴婧,姚良忠,王志冰,等. 直流电网 MMC 拓扑及其直流故 障电流阻断方法研究[J]. 中国电机工程学报,2015,35 (11):2681-2694.

WU Jing, YAO Liangzhong, WANG Zhibing, et al. The study of MMC topologies and their DC fault current blocking capacities in DC grid [J]. Proceedings of the CSEE, 2015, 35 (11): 2681-2694.

[16] 李斌,李晔,何佳伟. 具有直流故障清除能力的 MMC 子模 块关键性能研究[J]. 中国电机工程学报,2016,36(8): 2114-2122.
 LI Bin, LI Ye, HE Jiawei. Research on the key properties of

MMC sub-modules with DC fault eliminating capability [J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 36(8):2114-2122.

[17] 裴翔羽,汤广福,张盛梅,等. 双极柔性直流电网短路电流 暂态特性分析[J]. 全球能源互联网,2018,1(4):403-412. PEI Xiangyu, TANG Guangfu, ZHANG Shengmei, et al. Analysis on transient characteristics of short-circuit current for bipolar VSC-based DC grid[J]. Journal of Global Energy Interconnection, 2018, 1(4):403-412.

- [18] 邢志杰,田行军,刘宇晰,等. 电缆-架空线混合线路行波故 障测距算法研究[J]. 电网技术,2020,44(9):3540-3546.
 XING Zhijie, TIAN Xingjun, LIU Yuxi, et al. Research of traveling wave fault location algorithm for the overhead line-cable hybrid line [J]. Power System Technology, 2020, 44 (9): 3540-3546.
- [19] 张晨浩,宋国兵,李洋,等. 基于故障电压行波传播项指数
 系数的柔性直流输电线路单端行波保护原理[J]. 中国电机工程学报,2021,41(24):8424-8437.
 ZHANG Chenhao,SONG Guobing,LI Yang, et al. Principle of

non-unit traveling wave protection for VSC-HVDC grids based on index of fault voltage traveling wave propagation term[J]. Proceedings of the CSEE,2021,41(24):8424-8437.

- [20] GRIFFITH J R, NAKHLA M S. Time-domain analysis of lossy coupled transmission lines [J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 1990, 38(10):1480-1487.
- [21] JEONG J, NEVELS R. Time-domain analysis of a lossy nonuniform transmission line[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2009, 56(2):157-161.
- [22] 鲁跃军,卢斌先,孙曰生,等. 基于故障输电线分布参数节 点导纳方程的带分支的配电线故障分析[J]. 电网技术, 2003,27(5):40-42.

LU Yuejun, LU Binxian, SUN Yuesheng, et al. Fault analysis of

branched transmission line based on distributed-parameter nodal admittance equation [J]. Power System Technology, 2003, 27(5);40-42.

- [23] ZHANG Z R, XU Z. Short-circuit current calculation and performance requirement of HVDC breakers for MMC-MTDC systems[J]. IEEJ Transactions on Electrical and Electronic Engineering, 2016, 11(2):168-177.
- [24] LI C Y, ZHAO C Y, XU J Z, et al. A pole-to-pole short-circuit fault current calculation method for DC grids[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2017, 32(6):4943-4953.
- [25] 喻悦箫,刘天琪,王顺亮,等. 基于平均值模型的双端 MMC-HVDC 系统小信号建模[J]. 中国电机工程学报,2018,38 (10):2999-3006,3150.

YU Yuexiao, LIU Tianqi, WANG Shunliang, et al. Small signal modeling of two-terminal MMC-HVDC based on AVM model [J]. Proceedings of the CSEE, 2018, 38 (10): 2999-3006, 3150.

作者简介:



吴通华(1977),男,博士,研究员级高级工 程师,从事交直流电力系统的保护与控制工作 (E-mail:wutonghua@sgepri.sgcc.com.cn); 戴魏(1981),男,硕士,高级工程师,从事

交直流电力系统的保护与控制工作;

李新东(1982),男,硕士,工程师,从事交 直流电力系统的保护与控制工作。

Calculation of fault current in MMC-HVDC based on numerical inverse Laplace transform

WU Tonghua¹, DAI Wei¹, LI Xindong¹, HOU Xiaofan¹, OUYANG Ziqiang^{1,2}, YAN Zheng^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Smart Grid Protection and Control, Nari Group Corporation, Nanjing 211106, China;

2. Key Laboratory of Control of Power Transmission and Conversion, Ministry of Education,

Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: The fault transient analysis of the modular multilevel converter based high voltage direct-current (MMC-HVDC) system is an important basis for the refined design of protection strategies and the selection of equipment parameters. To truly reflect the current traveling wave process on the overhead line after the fault, it is necessary to introduce a distribution parameter model of the transmission line in the analysis. Firstly, the MMC in the fault stage is represented equivalently. Then, the equivalent circuit of the pole-to-pole fault of the DC system is established in the complex frequency domain. The fault current is solved by the nodal analysis method, and the analysis results obtained in the complex frequency domain are converted into the time domain responses by the numerical inverse Laplace transform (NILT). Finally, the NILT-based calculation results are compared with the electromagnetic transient simulation results for verification. The results show that the proposed method has high accuracy and can effectively reflect the propagation characteristics of fault traveling waves, which is of positive significance for the protection design of MMC-HVDC systems.

Keywords: numerical inversion of Laplace transform (NILT); high voltage direct current (HVDC); modular multi-level converter (MMC); overhead transmission line; fault current calculation; traveling wave process

(编辑 陆海霞)