

DOI: 10.12158/j.2096-3203.2023.03.013

适用于次同步振荡分析的直驱风电场平衡降阶方法

高本锋, 符章棋, 王刚, 冉慧娟

(河北省分布式储能与微网重点实验室(华北电力大学), 河北保定 071003)

摘要:直驱风电场(direct-drive wind farm, DDWF)并入弱交流系统存在发生次同步振荡(sub-synchronous oscillation, SSO)的风险。由于DDWF模型阶数较高,实际分析时须降阶处理。现有平衡降阶方法在分析SSO问题时,无法在降阶过程中精确保留系统SSO模式。针对此问题,文中提出一种适用于SSO分析的平衡降阶方法。该方法基于参与因子分析,保留与SSO模式强相关的状态变量,并结合Hankel奇异值确定降阶阶数,建立与全阶系统模型SSO特性和动态特性都一致的降阶系统模型。首先,对DDWF并入弱交流系统的全阶小信号模型进行平衡变换,建立平衡系统模型。然后,对平衡系统模型进行参与因子分析,结合Hankel奇异值确定保留状态变量集合,再利用残差降阶法建立降阶系统模型。最后,对全阶系统模型和降阶系统模型进行对比验证,结果表明所提降阶方法适用于DDWF并入弱交流系统SSO问题的研究。

关键词:平衡降阶;直驱风电场(DDWF);次同步振荡(SSO);参与因子;Hankel奇异值;状态变量

中图分类号:TM46

文献标志码:A

文章编号:2096-3203(2023)03-0112-09

0 引言

近年来,国内风电并网次同步振荡(sub-synchronous oscillation, SSO)问题愈发突出,例如2015年哈密直驱风电场(direct-drive wind farm, DDWF)发生SSO事故,激起近区发电机轴系强烈扭振,触发保护系统,最终使发电机跳闸^[1]。目前常用阻抗分析法^[2-4]和特征值分析法^[5-8]来研究DDWF的SSO问题,但在计算过程中易引起“维数灾”问题^[9-10]。因此,有必要研究适用于分析DDWF并入弱交流系统SSO问题的降阶方法。

目前,现有文献研究的模型降阶方法的主要有奇异摄动法^[11-13]、本征正交分解理论^[14-15]、Krylov子空间法^[16]和平衡降阶法^[17-19]。文献[11-13]利用奇异摄动法进行模型降阶时忽略了快慢动态过程之间的相互作用,且奇异摄动参数范围的计算方法尚未统一。文献[14-15]利用本征正交分解理论简化模型,但系统样本的选择会导致精度不确定性问题。文献[16]利用Krylov子空间法得到原系统的降阶模型,但是该方法不能保证降阶前后系统稳定性不变,且无法评估降阶系统模型的误差。

平衡降阶法通过消去状态变量得到降阶系统模型,在保持与原系统相同特性的同时,还能确定误差边界^[20]。文献[17-19]基于平衡理论和奇异值降阶思想得到的降阶系统模型保留了原电力系统输入输出动态行为,且具有与全阶系统模型一致的小扰动稳定性。但目前尚未有文献研究适用于SSO

分析的DDWF平衡降阶方法。

现有平衡降阶法应用于SSO分析时存在无法精确保留系统SSO模式的问题。现有方法将Hankel奇异值作为降阶判据,保留与系统动态特性强相关的状态变量^[21],但Hankel奇异值仅能反映状态变量对整体动态特性的贡献程度,无法显示状态变量和特定振荡模式的关联程度。若系统SSO模式的主导状态变量对系统整体动态特性作用有限,其对应Hankel奇异值可能较小,无法保证此状态变量被保留。因此,现有平衡降阶法无法使降阶系统模型包含所有SSO模式的强相关状态变量,降阶后系统SSO特性复现情况尚未可知。

针对平衡降阶法存在的问题,文中提出基于参与因子的DDWF平衡降阶方法,建立应用于分析系统SSO问题的降阶系统模型。特征值分析法中的参与因子能够反映出状态变量和各振荡模式之间的关联程度,利用参与因子辨识出系统全部SSO模式的强相关状态变量^[22]。文中提出的降阶方法中,参与因子可以辅助Hankel奇异值完善降阶判据,在确定合适降阶阶数的同时,精确保留系统SSO模式的强相关状态变量,从而确保所建立的降阶系统模型能够与全阶系统模型保持相同的SSO特性。

为了建立能够复现SSO特性的降阶系统模型,文中提出基于参与因子的DDWF平衡降阶方法。首先,推导DDWF并入弱交流系统的动态数学模型,利用状态空间方程在稳态运行点建立小信号模型。其次,构建平衡变换矩阵,建立DDWF并入弱交流系统的平衡系统模型。再次,基于参与因子和Hankel奇异值确定保留状态变量集合,建立降阶系

收稿日期:2022-02-28;修回日期:2022-08-23

基金项目:国家重点研发计划资助项目(2021YFB2400800)

统模型。最后,在 Matlab/Simulink 中将 DDWF 并入弱交流系统的全阶和降阶系统模型进行对比分析,验证文中所提降阶方法的有效性。

1 DDWF 并入弱交流系统模型

1.1 DDWF 并入弱交流系统结构

图 1 为 DDWF 并入弱交流系统结构示意图,包含直驱永磁同步发电机(direct-drive permanent magnetic synchronous generator, D-PMSG)等值模型和交流系统。D-PMSG 由风力机、永磁同步发电机(permanent magnet synchronous generator, PMSG)、机侧换流器(machine-side converter, MSC)、网侧换流器(grid-side converter, GSC)和锁相环(phase locked loop, PLL)组成^[23]。其中, C_{DC} 为 D-PMSG 直流电容; L_g 为风机网侧滤波电感; R_1 、 L_1 、 C_1 分别为交流系统输电线路的电阻、电感和对地电容; u_{DC} 为直流电容电压; u_s 、 i_s 分别为定子绕组电压和电流; u_1 、 i_1 分别为 GSC 出口处的电压和电流; u_g 为风机出口处的电压; i_1 为交流输电电路上流过的电流; u_1 为并网电压; ω 为风机旋转角速度; θ_{PLL} 为锁相环输出相角; k_1 、 k_2 为变压器变比; PWM 为脉冲宽度调制; 下标 d 、 q 为相应电气量的 d 、 q 轴分量。

1.2 DDWF 并入弱交流系统动态数学模型

依照图 1 所示的结构,建立各部分的动态数学模型。背靠背换流器的控制策略为:MSC 采用基于转子磁链定向的空间矢量控制策略,其控制目标是发电机的有功功率,选择定 d 轴电流参考值 $i_{sdref} = 0$ 控制方式,实现最大功率跟踪,采用转速外环、电流内环双闭环控制;GSC 采用基于电网电压的空间矢量控制策略,其控制目标是稳定直流母线电压,控制输出到电网的无功功率,采用直流电压外环、电流内环双闭环控制。

目前对于直驱风电机组接入弱交流电网系统状态空间方程的研究比较成熟,对此不再赘述,详

见文献[23]。

1.3 DDWF 系统小信号模型

根据 1.2 节建立的 DDWF 并入弱交流系统动态数学模型,在稳态工作点处将其线性化,建立如式(1)所示的小信号模型。

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\Delta\mathbf{x} = \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{B}\Delta\mathbf{u} \\ \Delta\mathbf{y} = \mathbf{C}\Delta\mathbf{x} \end{cases} \quad (1)$$

式中: \mathbf{A} 为 $n \times n$ 阶状态矩阵; \mathbf{B} 为 $n \times r$ 阶输入矩阵; \mathbf{C} 为 $m \times n$ 阶输出矩阵; $\Delta\mathbf{x}$ 为线性化的状态变量,详细状态变量如式(2)所示; $\Delta\mathbf{y}$ 为线性化的输出变量,详细输出变量如式(3)所示; $\Delta\mathbf{u}$ 为线性化的输入变量,详细输入变量如式(4)所示。

$$\Delta\mathbf{x} = [\Delta u_{DC} \Delta i_{sd} \Delta i_{sq} \Delta \omega \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3 \Delta x_4 \Delta x_5 \Delta x_6 \Delta i_{gd} \Delta i_{gq} \Delta u_{gd} \Delta u_{gq} \Delta i_{1d} \Delta i_{1q} \Delta x_a \Delta x_b]^T \quad (2)$$

$$\Delta\mathbf{y} = [\Delta u_{DC} \Delta \omega \Delta i_{sd} \Delta i_{sq} \Delta u_{sd} \Delta u_{sq} \Delta i_{gd} \Delta i_{gq} \Delta u_{gd} \Delta u_{gq} \Delta \theta_{PLL}]^T \quad (3)$$

$$\Delta\mathbf{u} = [\Delta u_{DCref} \Delta \omega_{ref}]^T \quad (4)$$

其中各变量含义如表 1^[24-25] 所示。

2 基于参与因子的平衡降阶方法

平衡降阶法通过构建平衡转换矩阵,将原系统所有状态变量线性组合,按照重要程度从高至低的顺序依次形成平衡系统的状态变量,将原系统转换为特性相同的平衡系统模型^[26]。然后,依据 Hankel 奇异值大小对平衡系统模型的强、弱相关状态变量进行筛选。保留强相关状态变量,根据保留下来的状态变量构建降阶系统模型。现有平衡降阶法在降阶过程中无法保留与系统 SSO 模式强相关的状态变量,文中借鉴特征值分析法中参与因子的概念对现有方法进行改进,提出基于参与因子的平衡降阶方法。

首先构建平衡变换矩阵,建立 DDWF 并入弱交

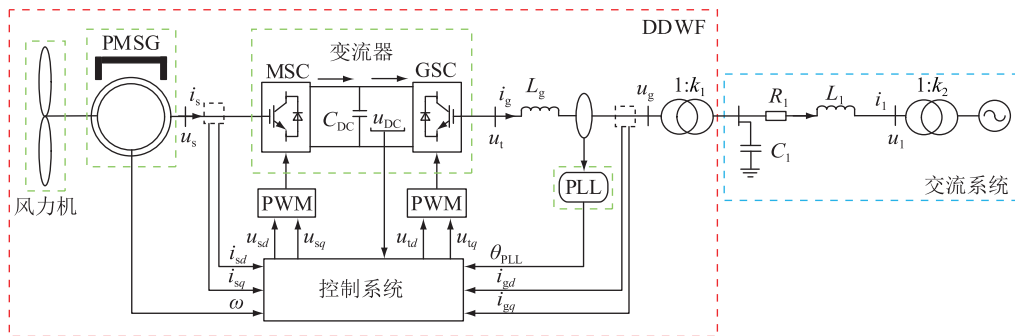


图 1 DDWF 并入弱交流系统结构

Fig.1 Structure of DDWF connected to weak AC system

表 1 DDWF 并入弱交流系统状态变量
Table 1 State variables in DDWF connected to weak AC system

状态变量	含义
$\Delta u_{DC}, \Delta u_{DCref}$	直流电容电压及其参考值变化量
$\Delta i_{sd}, \Delta i_{sq}$	定子绕组 d, q 轴电流变化量
$\Delta \omega, \Delta \omega_{ref}$	风机旋转角速度及其参考值变化量
$\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3$	MSC 中间变量变化量
$\Delta x_4, \Delta x_5, \Delta x_6$	GSC 中间变量变化量
$\Delta i_{gd}, \Delta i_{gq}$	GSC 出口 d, q 轴电流变化量
$\Delta u_{gd}, \Delta u_{gq}$	风机出口 d, q 轴电压变化量
$\Delta i_{ld}, \Delta i_{lq}$	并网输电线路 d, q 轴电流变化量
$\Delta x_a, \Delta x_b, \Delta \theta_{PLL}$	锁相环状态变量和输出相角变化量

流系统的平衡系统模型;然后,辨识平衡系统模型的 SSO 模式,并结合参与因子分析和 Hankel 奇异值,确定保留状态变量集合;最后,利用残差降阶法建立 DDWF 并入弱交流系统的降阶系统模型。

2.1 平衡系统模型建立

平衡降阶法根据状态变量对系统输入输出动态特性的影响程度,对其进行保留或剔除,实现模型降阶。系统的可控可观 Gramian 阵 P, Q 能够表征状态变量对系统输入和输出影响程度,但是对于非完全可观可控系统而言, Gramian 阵 P, Q 往往不相等,难以直接观测出状态变量的重要性^[18]。因此,须通过构建平衡转换矩阵 T 将式(1)所示的 DDWF 并入弱交流系统模型,转化为平衡系统模型,此时平衡系统的可控可观 Gramian 阵 \hat{P}, \hat{Q} 相等且对角,如式(5)所示。

$$\hat{P} = \hat{Q} = \Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_n \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中:对角线上元素 $\sigma_i = \sqrt{\lambda_i(PQ)}$, σ_i 为平衡系统的 Hankel 奇异值, $\lambda_i(PQ)$ 为 PQ 的特征值; Σ 为对角阵。可控可观 Gramian 阵 \hat{P}, \hat{Q} 由平衡转换矩阵 T 得到:

$$\hat{P} = T^{-1}PT^{-T} \quad (6)$$

$$\hat{Q} = T^TQT \quad (7)$$

基于正交对角法对 Gramian 阵 P, Q 分解变换求得平衡转换矩阵 T , 步骤如下:

(1) 对式(8)、式(9)所示的 Lyapunov 方程进行求解,得到待降阶系统的可控可观 Gramian 阵 P, Q 。

$$AP + PA^T + BB^T = 0 \quad (8)$$

$$A^TQ + QA + C^TC = 0 \quad (9)$$

(2) 对可控 Gramian 阵 P 和可观 Gramian 阵 Q 进行特征值分解 (eigenvalue decomposition, EVD), 得到式(10)。

$$\begin{cases} P = U_c S_c U_c^{-1} \\ Q = U_o S_o U_o^{-1} \end{cases} \quad (10)$$

式中:正交阵 U_c, U_o 分别为 P, Q 的特征矩阵; S_c, S_o 为对角阵, 对角线上元素分别为 P, Q 的特征值。

(3) 利用 U_c, U_o, S_c, S_o 构建积矩。

$$H = S_o^{1/2} U_o^T U_c S_c^{1/2} \quad (11)$$

(4) 利用式(12)对 H 阵进行奇异值分解 (singular value decomposition, SVD)。

$$H = U_H \Sigma V_H^T \quad (12)$$

式中:左奇异向量 U_H , 右奇异向量 V_H 为正交阵。

(5) 计算平衡转换矩阵 T 。

$$T = U_o S_o^{-1/2} U_H \Sigma^{1/2} \quad (13)$$

利用求得的平衡转换矩阵 T 对式(1)所示的原系统小信号模型进行状态变换, 可得到平衡系统模型:

$$\begin{cases} \dot{\Delta \bar{x}} = \tilde{A} \Delta \bar{x} + \tilde{B} \Delta u \\ \Delta y = \tilde{C} \Delta \bar{x} \end{cases} \quad (14)$$

$$\tilde{A} = T^{-1}AT \quad (15)$$

$$\tilde{B} = T^{-1}B \quad (16)$$

$$\tilde{C} = CT \quad (17)$$

此时,平衡系统模型的状态变量是由原系统状态变量通过平衡变换矩阵线性组合而成,不具有明确的物理意义,但这并不代表无法验证降阶模型的有效性。通过式(18)可以实现平衡状态变量和原系统状态变量的转换,从而分析降阶系统模型的拟合效果。

$$\begin{cases} \Delta \bar{x} = T \Delta x \\ \Delta x = T^{-1} \Delta \bar{x} \end{cases} \quad (18)$$

2.2 基于参与因子的状态变量保留方法

针对平衡降阶过程中无法精确保留与系统 SSO 模式强相关状态变量的问题,提出基于参与因子的状态变量保留方法。

奇异值的大小可以量化表征平衡状态变量对系统响应的的影响程度^[21]: Hankel 奇异值越大,所对应的状态变量与系统的动态特性相关性越强; Hankel 奇异值越小,所对应的状态变量与系统的动态特性相关性越弱。传统平衡降阶法在进行降阶阶数的选择时,通常保留大奇异值对应的强相关状态变量,确定降阶系统的阶数。但是, Hankel 奇异值只能反映平衡状态变量对系统整体响应的相关程度,并不能表征所对应的状态变量对特定振荡模

式的影响程度。因此,这种状态变量保留方法无法保证保留所有 SSO 模式的强相关状态变量。

研究 DDWF 并网系统的 SSO 问题时,参与因子是衡量特征值与状态变量关系的重要参数,其反映了各状态变量对某一特征值所表示振荡模式的相对参与度。通过参与因子分析提取对系统全部 SSO 模式有主导作用的强相关状态变量,可以保证最终得到的降阶系统模型包含所有的 SSO 模式且动态特性基本一致,以此作为模型化简的依据。文中提出的降阶方法须结合参与因子分析结果,以确定保留的状态变量。

在利用参与因子进行分析之前,须在平衡系统模型振荡模式中辨识出所有 SSO 模式。基于特征值分析法的 DDWF 平衡系统模型振荡模式分析结果如表 2 所示。

表 2 DDWF 平衡系统模型振荡模式分析
Table 2 Oscillation mode analysis of DDWF balanced system model

振荡模式	特征值	频率/Hz
$\lambda_{1,2}$	$-44.216 \pm j3.230.6$	514.16
$\lambda_{3,4}$	$-44.235 \pm j2.601.4$	414.02
$\lambda_{5,6}$	$-209.86 \pm j277.02$	44.09
λ_7	-289.16	0
λ_8	-110.58	0
λ_9	-295.77	0
$\lambda_{10,11}$	$-3.5513 \pm j33.9713$	5.41
$\lambda_{12,13}$	$-17.0606 \pm j17.5593$	2.79
λ_{14}	-2.8798	0
$\lambda_{15,16}$	$-4.8243 \pm j4.0644$	0.65
λ_{17}	-4.1674	0
λ_{18}	-4.2262	0

由表 2 可知, $\lambda_{5,6}$ 、 $\lambda_{10,11}$ 、 $\lambda_{12,13}$ 对应频率在 2.5~45 Hz 范围内。因此,在 DDWF 并入弱交流平衡系统模型中, $\lambda_{5,6}$ 、 $\lambda_{10,11}$ 、 $\lambda_{12,13}$ 为 SSO 模式。

通过参与因子对平衡系统模型 SSO 模式和状态变量的相关性进行分析,参与因子大于 0.1 的平衡状态变量为 SSO 模式的强相关状态变量,其余皆为弱相关状态变量^[10]。得到各平衡状态变量与 SSO 模式参与程度如表 3 所示。

表 3 SSO 模式参与因子分析
Table 3 Factor participations analysis of SSO mode

SSO 模式	参与因子大于 0.10	参与因子介于 0.01~0.1
$\lambda_{5,6}$	$\Delta \bar{x}_8, \Delta \bar{x}_9$	$\Delta \bar{x}_{13}, \Delta \bar{x}_{14}$
$\lambda_{10,11}$	$\Delta \bar{x}_1, \Delta \bar{x}_2$	$\Delta \bar{x}_7$
$\lambda_{12,13}$	$\Delta \bar{x}_7, \Delta \bar{x}_{11}$	$\Delta \bar{x}_1, \Delta \bar{x}_2, \Delta \bar{x}_{10}, \Delta \bar{x}_{12}$

根据表 3 的分析结果,强相关状态变量集合中

包含 $\Delta \bar{x}_1, \Delta \bar{x}_2, \Delta \bar{x}_7, \Delta \bar{x}_8, \Delta \bar{x}_9, \Delta \bar{x}_{11}$, 降阶系统模型中须保留上述 6 个状态变量。

对式(14)所示的 DDWF 并入弱交流平衡系统模型进行计算,得到平衡系统模型的 Hankel 奇异值,再进行归一化处理,得到具体数值如表 4 所示。

表 4 DDWF 平衡系统模型的 Hankel 奇异值

Table 4 Hankel singular values of DDWF balanced system model

Hankel 奇异值	数值	百分比/%	Hankel 奇异值	数值	百分比/%
σ_1	9.4339	24.64	σ_{10}	0.2399	0.63
σ_2	8.7268	22.79	σ_{11}	0.1437	0.38
σ_3	4.9356	12.89	σ_{12}	0.1266	0.33
σ_4	4.8295	12.61	σ_{13}	0.0622	0.16
σ_5	3.9108	10.21	σ_{14}	0.0418	0.11
σ_6	3.8290	10.00	σ_{15}	0.0169	4.42×10^{-2}
σ_7	1.0109	2.64	σ_{16}	5.0614×10^{-5}	1.32×10^{-4}
σ_8	0.7177	1.87	σ_{17}	2.2433×10^{-12}	2.57×10^{-8}
σ_9	0.2629	0.69	σ_{18}	1.4149×10^{-13}	2.03×10^{-14}

为了确定降阶系统模型的阶数,在 SSO 模式强相关状态变量集合的基础上,结合 Hankel 奇异值确定最终的保留状态变量集合,状态变量保留流程如图 2 所示。降阶过程中,以保留所有与 SSO 模式强相关的平衡状态变量为前提,在剩余平衡状态变量中,优先保留对应奇异值高的平衡状态变量,使保留变量对应奇异值总占比达到规定范围。在确定最终的保留状态变量集合 $\Delta \bar{x}_A$ 之后,对平衡系统模型进行降阶处理。

为了保证降阶系统的动态特性和 SSO 特性与全阶系统基本吻合,文中所提降阶方法结合参与因子和 Hankel 奇异值,保留与 SSO 模式和系统整体动态特性强相关的状态变量,强相关状态变量集合 $\Delta \bar{x}_A$ 中元素个数最终为 $m+k$ 个,即降阶阶数为 $m+k$ 。降阶系统的阶数由 m 和 k 决定,但是系统 SSO 模式强相关状态变量的数量无法改变,因此,只能通过改变 k 的值来改变降阶系统阶数。由图 2 可知,最终决定降阶系统阶数的因素为保留奇异值的总占比判据。

由表 3 的分析结果可得,存在 6 个 SSO 模式的强相关状态变量须保留,即 $m=6$ 。全部 SSO 模式强相关状态变量的对应奇异值总占比为 53.01%。由图 2 可知,保留奇异值总占比要求为 99%,在强相关变量集合中增加 $\sigma_3, \sigma_4, \sigma_5, \sigma_6, \sigma_{10}$ 的对应变量后, $k=5$, 奇异值总占比为 99.35%,刚好达到要求。此时,降阶系统模型为 11 阶。

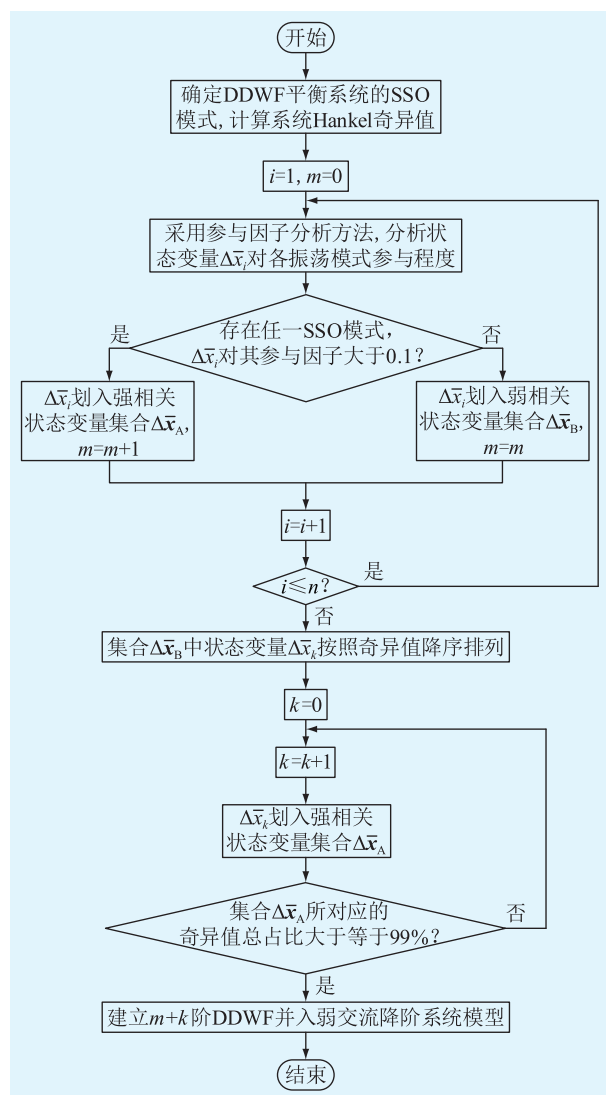


图2 状态变量保留流程

Fig.2 Flow chart of retaining state variable

2.3 平衡残差降阶

如2.2节所示,结合参与因子与Hankel奇异值大小排序,在确定所保留的状态变量集合 $\Delta \bar{x}_A$ 和降阶系统阶数 k 之后,对剩余状态变量进行处理,从而建立降阶系统模型。

根据处理方式的不同,将降阶系统模型建立方法归类为2种方法,即平衡截断降阶法和平衡残差降阶法。相对于截断法而言,利用残差法搭建的降阶系统模型在低频范围内的动态特性与全阶系统模型的拟合效果更佳,且稳态值与全阶模型更接近,因此文中选择用平衡残差降阶法对式(14)进行降阶处理,构建降阶系统模型。平衡残差降阶方法如下。

将待除去的状态变量集合所对应的微分方程转化为代数方程,将式(14)所示的平衡系统模型 $(\bar{A}, \bar{B}, \bar{C})$ 变为分块矩阵:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\Delta \bar{x}}_1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \bar{x}_A \\ \Delta \bar{x}_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{B}_1 \\ \bar{B}_2 \end{bmatrix} \Delta u \\ \Delta y = [\bar{C}_1 \quad \bar{C}_2] \begin{bmatrix} \Delta \bar{x}_A \\ \Delta \bar{x}_B \end{bmatrix} \end{cases} \quad (19)$$

由式(19)可知:

$$\begin{cases} \dot{\Delta \bar{x}}_A = \bar{A}_{11} \Delta \bar{x}_A + \bar{A}_{12} \Delta \bar{x}_B + \bar{B}_1 \Delta u \\ \mathbf{0} = \bar{A}_{21} \Delta \bar{x}_A + \bar{A}_{22} \Delta \bar{x}_B + \bar{B}_2 \Delta u \\ \Delta y = \bar{C}_1 \Delta \bar{x}_A + \bar{C}_2 \Delta \bar{x}_B \end{cases} \quad (20)$$

由式(20)可得:

$$\Delta \bar{x}_B = -\bar{A}_{22}^{-1} \bar{A}_{21} \Delta \bar{x}_A - \bar{A}_{22}^{-1} \bar{B}_2 \Delta u \quad (21)$$

将其代入到式(20)其余方程中,可以得到降阶系统模型:

$$\begin{cases} \dot{\Delta \bar{x}}_A = \bar{A} \Delta \bar{x}_A + \bar{B} \Delta u \\ \Delta y = \bar{C} \Delta \bar{x}_A + \bar{D} \Delta u \end{cases} \quad (22)$$

$$\bar{A} = \bar{A}_{11} - \bar{A}_{12} (\bar{A}_{22})^{-1} \bar{A}_{21} \quad (23)$$

$$\bar{B} = \bar{B}_1 - \bar{A}_{12} (\bar{A}_{22})^{-1} \bar{B}_2 \quad (24)$$

$$\bar{C} = \bar{C}_1 - \bar{C}_2 (\bar{A}_{22})^{-1} \bar{A}_{21} \quad (25)$$

$$\bar{D} = -\bar{C}_2 (\bar{A}_{22})^{-1} \bar{B}_2 \quad (26)$$

2.4 DDWF系统全阶小信号模型降阶过程

综上所述,文中提出的基于参与因子的平衡降阶方法过程如下:

- (1) 建立DDWF并入弱交流系统的动态数学模型,在稳态运行点处线性化得到小信号模型。
- (2) 求解Lyapunov方程得到可控Gramian阵 P 和可观Gramian阵 Q 。
- (3) 利用可控和可观格拉姆矩阵求得非奇异平衡转换矩阵 T 。
- (4) 利用 T 对原系统全阶小信号模型进行平衡变换,得到平衡系统模型。
- (5) 计算出平衡系统模型的SSO模式,利用参与因子确定与SSO模式强相关的状态变量。
- (6) 计算出平衡系统模型的Hankel奇异值,结合参与因子与Hankel奇异值大小,建立保留状态变量集合,确定降阶阶数。
- (7) 利用平衡残差降阶法,得到DDWF并入弱交流系统的降阶模型。

3 算例验证

为了验证所提平衡降阶方法的有效性,在Matlab/Simulink平台上搭建图1所示DDWF并入弱交流系统的18阶全阶系统模型。采用文中所提

降阶方法,对全阶系统模型进行降阶,得到 11 阶降阶系统模型。通过对比分析降阶和全阶系统模型的暂态响应特性、SSO 模式和阻尼特性,验证了所提降阶方法的有效性。

3.1 降阶和全阶系统模型暂态特性对比

3 s 时,风机旋转角速度 ω 在 $\Delta\omega=5$ rad/s 阶跃扰动后,由 50.27 rad/s 阶跃上升至 55.27 rad/s,图 3 为 11 阶 DDWF 并入弱交流降阶系统模型(以下简称降阶系统模型)和全阶系统模型各分量的暂态响应特性对比。

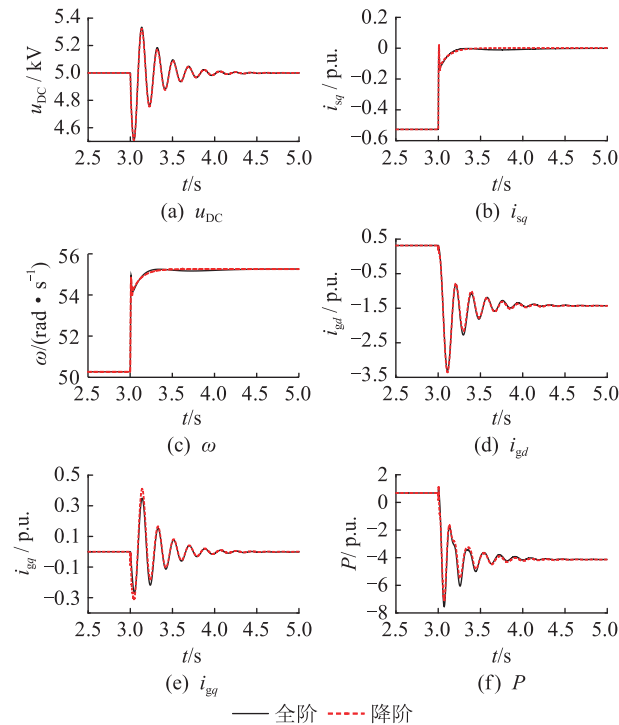


图 3 暂态响应特性对比

Fig.3 Comparison of transient response characteristics

由图 3 可知,降阶系统模型的 u_{DC} 、 i_{sq} 、 ω 、 i_{gd} 、 i_{gq} 和并网有功功率 P 分量的暂态响应波形与全阶系统模型基本一致。从 3 s 发生阶跃至恢复稳态的过程中,降阶系统模型的振荡幅度和振荡衰减程度均与全阶系统模型保持良好的拟合效果,且恢复稳态时间相同。振荡结束后,降阶系统模型的稳态值与全阶系统模型保持一致。

由表 4 可知,保留对应 Hankel 奇异值在 $\sigma_{11}=0.38\%$ 以上的状态变量,能够保证降阶系统模型与全阶系统模型具有良好的拟合效果。

3.2 降阶系统误差分析

为了量化分析降阶系统模型暂态特性与全阶系统模型的拟合效果,对降阶系统模型与全阶系统模型的相对误差进行计算。

相对误差的定义如式(27)所示。

$$\frac{\|G(s) - \bar{G}(s)\|_{\infty}}{\|G(s)\|_{\infty}} \leq \frac{2 \sum_{j=k+1}^n \sigma_j}{\sigma_1} \triangleq E_R \quad (27)$$

式中: $G(s)$ 为全阶系统传递函数; $\bar{G}(s)$ 为降阶系统传递函数; E_R 为相对误差的上限。

DDWF 降阶系统模型与全阶系统模型的相对误差计算结果为:利用平衡残差降阶法搭建的降阶系统模型的误差上界为 5.25%,与全阶系统模型的相对误差为 2.57%,低于误差上界。结合图 3 可以看出,降阶系统模型的误差较小,能够良好地反映出全阶系统模型的动态特性,验证了降阶系统模型的可行性。

3.3 降阶和全阶系统模型 SSO 保留模式对比分析

从降阶和全阶系统模型的 SSO 模式保留情况和阻尼特性两方面进行对比分析,验证降阶系统模型应用于分析全阶系统模型 SSO 问题的有效性。

3.3.1 SSO 模式的保留

降阶系统模型在反映全阶系统模型动态特性的基础上,应当保留全阶系统模型所有的 SSO 模式。因此,利用特征值分析法对文中所建立的降阶系统模型进行计算,将所保留的 SSO 模式与全阶系统模型的 SSO 模式进行对比。在 Matlab 平台中可以得到 DDWF 并入弱交流全阶系统模型和降阶系统模型中存在的 SSO 模式,如表 5 所示。

表 5 降阶系统模型和全阶系统模型 SSO 模式对比

Table 5 Comparison of SSO mode between reduced-order system model and full-order system model

SSO 模式	全阶系统模型		降阶系统模型	
	特征根	f/Hz	特征根	f/Hz
$\lambda_{5,6}$	$209.86 \pm j277.02$	44.09	$-331.09 \pm j270.28$	42.63
$\lambda_{10,11}$	$-3.55 \pm j33.97$	5.41	$-3.55 \pm j33.89$	5.40
$\lambda_{12,13}$	$-17.06 \pm j17.56$	2.79	$-18.03 \pm j17.41$	2.77

由表 5 可知,降阶系统模型包含全阶系统模型的全部 SSO 模式,说明降阶系统模型能够保留全阶系统模型的 SSO 特性,在研究 SSO 问题方面有效。

3.3.2 SSO 模式的阻尼特性分析

为了验证降阶系统模型适用于分析 DDWF 系统的阻尼特性,将改变控制器的控制参数,从而观察 SSO 模式振荡频率和阻尼比曲线的变化趋势。

计算表 5 中全阶系统 SSO 模式的状态变量参与因子,状态变量排序见表 6,计算结果如图 4 所示。

由图 4 可知, $\lambda_{10,11}$ 模式的主导状态变量为 u_{DC} 和 x_4 ,主要受直流电容 C_{DC} 和 GSC 电压外环控制环节的比例积分参数 k_{p4} 、 k_{i4} 控制; $\lambda_{12,13}$ 模式的主导状

表 6 DDWF 并入弱交流系统状态变量序号
Table 6 Ordering of state variables in DDWF connected to weak AC system

序号	状态变量	序号	状态变量
1	Δu_{DC}	10	Δu_{gd}
2	Δi_{sd}	11	Δu_{gt}
3	Δi_{sq}	12	Δx_a
4	$\Delta \omega$	13	Δx_b
5	Δx_1	14	Δi_{1d}
6	Δx_2	15	Δi_{1q}
7	Δx_3	16	Δx_4
8	Δi_{gd}	17	Δx_5
9	Δi_{gt}	18	Δx_6

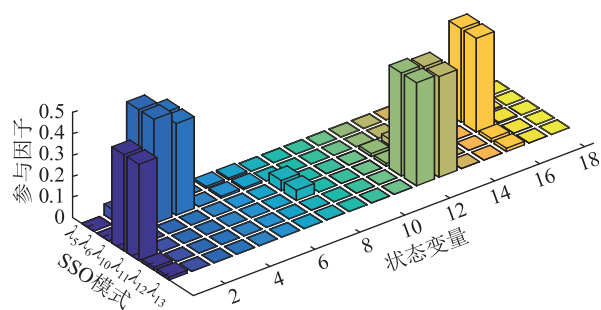


图 4 状态变量对特征模式的参与因子

Fig.4 Participation of variables to feature mode

态变量为 x_a 和 x_b , 主要受锁相环的比例积分参数 k_{p_pll} 、 k_{i_pll} 控制。

图 5 给出了 k_{i4} 从 20 开始, 以步长 0.1 增至 25 过程中 $\lambda_{10,11}$ 模式振荡频率和阻尼比的变化曲线, 图 6 给出了 k_{i_pll} 从 900 开始, 以步长 5 增至 1 150 过程中 $\lambda_{12,13}$ 模式振荡频率和阻尼比的变化曲线。

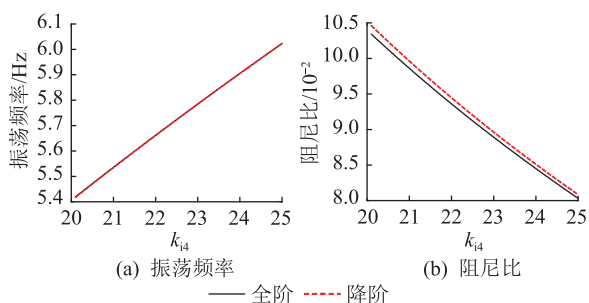


图 5 参数 k_{i4} 变化对 $\lambda_{10,11}$ 模式的影响

Fig.5 Influence of k_{i4} on $\lambda_{10,11}$ mode

由图 5 和图 6 可知, 降阶和全阶系统模型的 SSO 模式振荡频率和阻尼比随控制参数变化的曲线基本一致, 振荡频率都随着控制参数的增大而增大, 阻尼比都随着控制参数的增大而减小, 两系统误差随着控制参数的增大而减小。结果表明, 降阶系统模型的阻尼特性与全阶系统模型基本一致, 与文献[10]的研究结论基本相同。

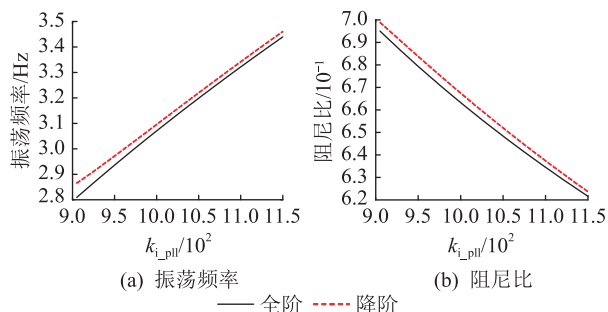


图 6 参数 k_{i_pll} 变化对 $\lambda_{12,13}$ 模式的影响

Fig.6 Influence of k_{i_pll} on $\lambda_{12,13}$ mode

综上所述, DDWF 降阶系统模型保留了全阶系统模型的全部 SSO 模式, 并且控制参数变化对 SSO 模式振荡频率和阻尼比的影响与全阶系统模型基本一致, 证明了文中所提基于参与因子的 DDWF 平衡降阶方法有效。

4 结语

为了建立能够应用于分析 DDWF 的 SSO 问题的降阶系统模型, 提出了基于参与因子的 DDWF 平衡降阶方法, 解决了现有平衡降阶法无法保留与 SSO 模式强相关状态变量的问题。结合参与因子分析和 Hankel 奇异值排序结果, 建立最终的保留状态变量集合, 选择合适降阶阶数, 确定有效降阶方案。研究表明, 基于文中所提降阶方法得到的降阶系统模型与全阶系统模型的动态特性基本一致, 能够保留全阶系统模型的全部 SSO 模式, 并且阻尼特性与全阶系统模型也基本吻合, 应用于研究 SSO 问题有效。文中所提降阶方法为研究 DDWF 并入弱交流系统的 SSO 问题提供了理论基础。

致谢

本文得到现代电力系统仿真控制与绿色电能新技术教育部重点实验室开放课题 (MPSS2021-06) 资助, 谨此致谢!

参考文献:

- [1] LIU H K, XIE X R, HE J B, et al. Subsynchronous interaction between direct-drive PMSG based wind farms and weak AC networks[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2017, 32(6): 4708-4720.
- [2] 张天翼, 王海风. 风电并入弱交流系统引发次同步振荡的研究方法综述[J]. 电力系统保护与控制, 2021, 49(16): 177-187.
ZHANG Tianyi, WANG Haifeng. Research methods for subsynchronous oscillation induced by wind power under weak AC system: a review[J]. Power System Protection and Control, 2021, 49(16): 177-187.
- [3] AMIN M, MOLINAS M. A gray-box method for stability and

- controller parameter estimation in HVDC-connected wind farms based on nonparametric impedance[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2019, 66(3):1872-1882.
- [4] 王利超,于永军,张明远,等. 直驱风电机组阻抗建模及次同步振荡影响因素分析[J]. 电力工程技术, 2020, 39(1):170-177.
WANG Lichao, YU Yongjun, ZHANG Mingyuan, et al. Impedance modeling of direct-drive wind turbine and analysis of influencing factors of subsynchronous oscillation[J]. Electric Power Engineering Technology, 2020, 39(1):170-177.
- [5] 高本锋,刘毅,宋瑞华,等. 双馈风电场经 LCC-HVDC 送出的次同步振荡特性研究[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(11):3477-3489.
GAO Benfeng, LIU Yi, SONG Ruihua, et al. Study on subsynchronous oscillation characteristics of DFIG-based wind farm integrated with LCC-HVDC system[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(11):3477-3489.
- [6] 邵冰冰,赵书强,裴继坤,等. 直驱风电场经 VSC-HVDC 并网的次同步振荡特性分析[J]. 电网技术, 2019, 43(9):3344-3355.
SHAO Bingbing, ZHAO Shuqiang, PEI Jikun, et al. Subsynchronous oscillation characteristic analysis of grid-connected DDWFs via VSC-HVDC system[J]. Power System Technology, 2019, 43(9):3344-3355.
- [7] 刘宇明,黄碧月,孙海顺,等. SVG 与直驱风机间的次同步相互作用特性分析[J]. 电网技术, 2019, 43(6):2072-2079.
LIU Yuming, HUANG Biyue, SUN Haishun, et al. Study on subsynchronous interaction between D-PMSG-based wind turbines and SVG[J]. Power System Technology, 2019, 43(6):2072-2079.
- [8] 王一凡,赵成勇. 混合型风电场经 MMC-HVDC 送出系统的振荡模式分析[J]. 电力系统保护与控制, 2020, 48(9):18-26.
WANG Yifan, ZHAO Chengyong. Analysis of oscillation modes of a hybrid-based wind farm transmitted through MMC-HVDC[J]. Power System Protection and Control, 2020, 48(9):18-26.
- [9] 李明节,于钊,许涛,等. 新能源并网系统引发的复杂振荡问题及其对策研究[J]. 电网技术, 2017, 41(4):1035-1042.
LI Mingjie, YU Zhao, XU Tao, et al. Study of complex oscillation caused by renewable energy integration and its solution[J]. Power System Technology, 2017, 41(4):1035-1042.
- [10] 高本锋,王刚,邵冰冰,等. 基于主导度分析的直驱风电场奇异摄动降阶方法[J]. 中国电机工程学报, 2022, 42(7):2449-2462.
GAO Benfeng, WANG Gang, SHAO Bingbing, et al. Singular perturbation approximation method based on the dominant degree analysis for direct drive wind farm[J]. Proceedings of the CSEE, 2022, 42(7):2449-2462.
- [11] 谈赢杰,黄莹,袁智勇,等. 基于奇异摄动理论的微电网降阶建模方法与对比研究[J]. 电网技术, 2020, 44(5):1914-1923.
TAN Yingjie, HUANG Ying, YUAN Zhiyong, et al. Modeling method and comparison of order reduction for micro-grid based on singular perturbation theory[J]. Power System Technology, 2020, 44(5):1914-1923.
- [12] 孟潇潇,周念成,王强钢. 逆变型分布式电源模型的多时间尺度降阶分析及稳定一致性证明[J]. 中国电机工程学报, 2018, 38(13):3813-3825, 4022.
MENG Xiaoxiao, ZHOU Niancheng, WANG Qianggang. Multi-time scale model order reduction and stability consistency of IIDG system[J]. Proceedings of the CSEE, 2018, 38(13):3813-3825, 4022.
- [13] 李永刚,严风,周一辰. 基于降阶模型的光伏发电系统振荡模式分析[J]. 电测与仪表, 2020, 57(13):61-68.
LI Yonggang, YAN Feng, ZHOU Yichen. Analysis of oscillation modes based on reduced model of photovoltaic power generation system[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2020, 57(13):61-68.
- [14] 罗滇生,李芳,崔天翔,等. 利用本征正交分解进行电力系统模型降阶[J]. 电力系统及其自动化学报, 2018, 30(4):121-125, 143.
LUO Diansheng, LI Fang, CUI Tianxiang, et al. Order-reduction of power system model using proper orthogonal decomposition[J]. Proceedings of the CSU-EPSA, 2018, 30(4):121-125, 143.
- [15] MONTIER L, HENNERON T, CLÉNET S, et al. Model order reduction applied to a linear finite element model of a squirrel cage induction machine based on POD approach[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2021, 57(6):1-4.
- [16] ZULFIQAR U, SREERAM V, DU X. Frequency-limited pseudo-optimal rational Krylov algorithm for power system reduction[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2020, 118:105798.
- [17] 赵洪山,兰晓明,米增强. 经验 Gramian 平衡降阶在电力系统改进中的应用[J]. 电力系统保护与控制, 2017, 45(5):51-57.
ZHAO Hongshan, LAN Xiaoming, MI Zengqiang. Improvement and application of empirical Gramian balance reduction in power system[J]. Power System Protection and Control, 2017, 45(5):51-57.
- [18] 李坤,颜云松,李晗,等. 基于平衡理论的双端柔性直流输电系统降阶小信号建模[J]. 电力建设, 2020, 41(9):115-123.
LI Shen, YAN Yunsong, LI Han, et al. Reduced-order small-signal model of double-terminal flexible DC transmission system applying equilibrium theory[J]. Electric Power Construction, 2020, 41(9):115-123.
- [19] 李正,郝全睿,尹晓东,等. 模块化多电平换流器的降阶小信号模型研究[J]. 中国电机工程学报, 2018, 38(12):3638-3650, 24.
LI Zheng, HAO Quanrui, YIN Xiaodong, et al. Research on reduced-order small-signal model of modular multilevel converter[J]. Proceedings of the CSEE, 2018, 38(12):3638-3650, 24.
- [20] 蒋耀林. 模型降阶方法[M]. 北京:科学出版社, 2010.

- JIANG Yaolin. Model reduction method[M]. Beijing: Science Press, 2010.
- [21] 许建成,孙建军,钟佩军,等. 基于平衡实现理论的变流器并网系统降阶模型[J]. 电工技术学报, 2021, 36(S1): 255-264.
- XU Jiancheng, SUN Jianjun, ZHONG Peijun, et al. Reduced-order model of grid-connected converter system based on balanced realization theory[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2021, 36(S1): 255-264.
- [22] 陈宝平,林涛,陈汝斯,等. 直驱风电场经 VSC-HVDC 并网系统的多频段振荡特性分析[J]. 电工技术学报, 2018, 33(S1): 176-184.
- CHEN Baoping, LIN Tao, CHEN Rusi, et al. Characteristics of multi-band oscillation for direct drive wind farm interfaced with VSC-HVDC system[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2018, 33(S1): 176-184.
- [23] 高本锋,崔意婵,李蕴红,等. D-PMSG 经 LCC-HVDC 送出系统的次同步振荡特性分析[J]. 中国电机工程学报, 2022, 42(6): 2084-2096.
- GAO Benfeng, CUI Yichan, LI Yunhong, et al. Analysis of sub-synchronous oscillation characteristics of D-PMSG integrated with LCC-HVDC system[J]. Proceedings of the CSEE, 2022, 42(6): 2084-2096.
- [24] 高本锋,崔意婵,邵冰冰,等. 直驱风电机组全运行区域的次同步振荡特性分析[J]. 电力建设, 2020, 41(2): 85-93.
- GAO Benfeng, CUI Yichan, SHAO Bingbing, et al. Sub-synchronous oscillation characteristics of direct-drive PMSG under all operation regions when wind farms connected to weak AC system[J]. Electric Power Construction, 2020, 41(2): 85-93.
- [25] 张思彤,梁纪峰,马燕峰,等. 直驱风电场经柔性直流输电并网的宽频振荡特性分析[J]. 电力系统保护与控制, 2022, 50(14): 34-46.
- ZHANG Sitong, LIANG Jifeng, MA Yanfeng, et al. Broadband oscillation characteristics analysis of a VSC-HVDC connected direct drive wind farm[J]. Power System Protection and Control, 2022, 50(14): 34-46.
- [26] 赵洪山,兰晓明,王颖,等. 基于平衡 Gramian 的电力系统电压预测控制研究[J]. 中国电机工程学报, 2016, 36(22): 6038-6048.
- ZHAO Hongshan, LAN Xiaoming, WANG Ying, et al. Research on voltage prediction control of power system based balanced Gramian[J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 36(22): 6038-6048.

作者简介:



高本锋

高本锋(1981),男,博士,副教授,研究方向为高压直流输电和电力系统次同步振荡(E-mail: gaobenfeng@126.com);

符章棋(1998),男,硕士在读,研究方向为电力系统分析与控制;

王刚(1997),男,硕士在读,研究方向为电力系统分析与控制。

Balanced reduction method of direct-drive wind farm for subsynchronous oscillation analysis

GAO Benfeng, FU Zhangqi, WANG Gang, RAN Huijuan

(Key Laboratory of Distributed Energy Storage and Microgrid of Hebei Province (North China Electric Power University), Baoding 071003, China)

Abstract: Direct-drive wind farms (DDWF) merged into weak AC systems have the risk of sub-synchronous oscillations (SSO). Because the DDWF model has a higher order, it needs to be reduced for actual analysis. When analyzing the SSO problems, the existing balanced reduction method cannot accurately keep SSO modes of the system during the reduction process. To solve this problem, a balanced reduction method for SSO analysis is proposed. This method is based on the participation factor analysis and retains the state variables which strongly related to the SSO model. Combining with the Hankel singular value to determine the reduction order, a reduced-order system consistent with the SSO characteristics and dynamic characteristics of the full-order system model is established. Firstly, a balanced system model by balancing the small signal model of the full-order system is established. Then, the participation factor analysis is performed on the balanced system model, combined with the Hankel singular value to ensure the set of retained state variables, and the residual order reduction method is used to establish the reduced-order system model. Finally, by comparing the full-order system model and the reduced-order system model, the results show that the proposed reduced-order method is suitable for the study of DDWF integration into weak AC system SSO.

Keywords: balanced reduction; direct-drive wind farms (DDWF); sub-synchronous oscillation (SSO); participation factor; Hankel singular value; state variables

(编辑 钱悦)