

## 基于黎曼积分的连续最优潮流模型

袁亚云<sup>1</sup>, 周威林<sup>1</sup>, 杨阳<sup>2</sup>, 马益锋<sup>1</sup>, 葛钦<sup>1</sup>

(1. 国网南通供电公司, 江苏 南通 226000; 2. 国网泰州供电公司, 江苏 泰州 225300)

**摘要:**在实际电力系统中, 负荷在多种因素的综合影响下时刻变化着, 一般将其看成是一个连续变化的函数, 且目前智能电网的发展使连续时间的数据获取和发电机控制成为可能, 所以对连续时间的负荷调度迫在眉睫。但是原先的静态、动态最优潮流仅能考虑离散函数的优化, 其经济性和安全性受到了一定的局限。文中应用黎曼积分的思想对最优潮流进行拓展, 考虑变量在时间上的连续性, 从而建立基于黎曼积分的连续最优潮流模型。基于此理论对 IEEE 5 节点系统进行仿真, 验证了此模型的准确性和实用性。最终结果表明了该模型能够解得一段连续时间内满足所有约束的连续调度时间方案, 且发电机出力能很好地跟随负荷波动。

**关键词:**黎曼积分; 最优潮流; 连续潮流; 连续约束

**中图分类号:** TM744

**文献标志码:** A

**文章编号:** 2096-3203(2019)03-0170-05

### 0 引言

最优潮流是电力系统规划和运行的重要指导工具<sup>[1]</sup>, 国内外学者对最优潮流及其求解算法进行了深入研究<sup>[2-8]</sup>, 其在现代电力系统优化运行和控制领域的重要性愈加突出<sup>[9]</sup>。

静态最优潮流忽略了实际电力系统中不同断面之间变量的调整变化以及各变量在时段间的耦合、约束作用, 因而静态最优潮流具有一定的局限性<sup>[10]</sup>。文献[11]首次提出了动态最优潮流的概念, 近年来关于动态最优潮流的研究层出不穷。文献[12]基于发电机的耗散参数研究特定时间周期内的总发电费用最少的动态最优潮流。文献[5]基于机组出力满足就近负荷的方式, 建立动态最优潮流模型。文献[13]研究了计及发电机费用和电压偏差的多目标函数, 在提高经济性的同时减少负荷节点总的电压偏差。文献[14]研究火力发电厂侧的碳排放量化指标, 以其最小为优化目标的动态最优潮流模型。文献[15]量化碳捕集电厂的经济指标, 建立多个碳捕集电厂优化调度模型。相比静态最优潮流, 动态最优潮流通过调整各时段内的可控设备实现调度周期内某一经济指标最优的潮流规划问题<sup>[16]</sup>。

然而动态最优潮流人为地将时间分为几个时段, 忽略了变量在时间上的连续性, 而智能电网的发展使连续时间的数据获取和发电机控制成为可能<sup>[17-19]</sup>。因此, 研究一种能够求解一段连续时间内的最优潮流模型具有重要意义。黎曼积分适用于处理逐段连续函数以及一致收敛的级数, 对函数在

给定区间上的积分给出了一个精确定义<sup>[20]</sup>。文中在现有研究的基础上提出基于黎曼积分的最优潮流模型, 从而能够考虑变量在时间上的连续性。在此基础上, 以 IEEE 5 节点为例验证文中所提方法的正确性和实用性。

### 1 静态最优潮流模型

最优潮流是典型的非线性规划问题, 标准数学模型主要包括目标函数、等式约束和不等式约束 3 个部分<sup>[7]</sup>。以发电费用最小作为目标函数, 即常规发电机费用最小:

$$\min f = \sum_{i=1}^{N_g} (a_{2i} p_{Gi}^2 + a_{1i} p_{Gi} + a_{0i}) \quad (1)$$

式中:  $f$  为目标函数;  $N_g$  为机组数;  $P_{Gi}$  为第  $i$  台发电机的有功出力;  $a_{2i}, a_{1i}, a_{0i}$  分别为第  $i$  台发电机的耗费特性参数。

等式约束主要为节点潮流平衡约束:

$$\begin{cases} \Delta P_i = P_{Gi} - P_{Di} - V_i \sum_{j=1}^N V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \\ \Delta Q_i = Q_{Gi} - Q_{Di} - V_i \sum_{j=1}^N V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $\Delta P_i, \Delta Q_i$  分别为潮流计算中节点  $i$  的有功、无功功率不平衡量;  $P_{Di}$  为节点  $i$  的有功负荷;  $N$  为节点数;  $V_i, V_j$  分别为节点  $i, j$  的电压幅值;  $G_{ij}, B_{ij}$  分别为节点导纳矩阵的第  $i$  行, 第  $j$  列的实部和虚部;  $Q_{Gi}, Q_{Di}$  分别为节点  $i$  的无功电源出力和无功负荷;  $\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$  为线路两端的相角差。

不等式约束主要包括有功、无功电源出力约束, 节点电压幅值、相角约束和线路传输功率约束:

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{P_{Gi}} \leq P_{Gi} \leq \overline{P_{Gi}} \quad \forall i \in (1, \dots, N_g) \\ \underline{Q_{Gi}} \leq Q_{Gi} \leq \overline{Q_{Gi}} \quad \forall i \in (1, \dots, N_g) \\ \underline{V_i} \leq V_i \leq \overline{V_i} \quad \forall i \in (1, \dots, N) \\ \underline{\theta_i} \leq \theta_i \leq \overline{\theta_i} \quad \forall i \in (1, \dots, N) \\ | -V_i^2 G_{ij} + V_i V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) | \leq \overline{P_{ij}} \\ \forall i \in (1, \dots, N) \end{array} \right. \quad (3)$$

式中:  $\underline{P_{Gi}}, \underline{Q_{Gi}}, \underline{V_i}, \underline{\theta_i}, \overline{P_{Gi}}, \overline{Q_{Gi}}, \overline{V_i}, \overline{\theta_i}$  分别为节点  $i$  有功电源出力、无功电源出力、电压幅值、电压相角的下限和上限;  $\overline{P_{ij}}$  为线路  $ij$  的有功传输限制。

## 2 基于黎曼积分的连续最优潮流模型

### 2.1 连续最优潮流

考虑静态最优潮流中各变量的连续性, 假设优化时间区间为  $[T_a, T_b]$ , 目标函数可改写为:

$$\min F = \int_{T_a}^{T_b} \left[ \sum_{i=1}^{N_g} (a_{2i} P_{Gi}^2(t) + a_{1i} P_{Gi}(t) + a_{0i}) \right] dt \quad (4)$$

式中:  $F$  为发电费用函数在时间区间  $[T_a, T_b]$  的黎曼积分的结果;  $dt$  为微小的时间单元。

将约束条件改写为:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta P_i(t) = P_{Gi}(t) - P_{Di}(t) - V_i(t) \\ \sum_{j=1}^N V_j [G_{ij} \cos \theta_{ij}(t) + B_{ij} \sin \theta_{ij}(t)] \\ \Delta Q_i(t) = Q_{Gi}(t) - Q_{Di}(t) - V_i(t) \\ \sum_{j=1}^N V_j [G_{ij} \sin \theta_{ij}(t) - B_{ij} \cos \theta_{ij}(t)] \quad \forall t \in [T_a, T_b] \end{array} \right. \quad (5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{P_{Gi}} \leq P_{Gi}(t) \leq \overline{P_{Gi}} \\ \forall t \in [T_a, T_b], \forall i \in (1, \dots, N_g) \\ \underline{Q_{Gi}} \leq Q_{Gi}(t) \leq \overline{Q_{Gi}} \\ \forall t \in [T_a, T_b], \forall i \in (1, \dots, N_g) \\ \underline{V_i} \leq V_i(t) \leq \overline{V_i} \\ \forall t \in [T_a, T_b], \forall i \in (1, \dots, N) \\ \underline{\theta_i} \leq \theta_i(t) \leq \overline{\theta_i} \\ \forall t \in [T_a, T_b], \forall i \in (1, \dots, N) \\ | -V_i^2(t) G_{ij} + V_i(t) V_j(t) [G_{ij} \cos \theta_{ij}(t) + B_{ij} \sin \theta_{ij}(t)] | \leq \overline{P_{ij}} \\ \forall t \in [T_a, T_b], \forall i \in (1, \dots, N) \end{array} \right. \quad (6)$$

式(4)一式(6)中, 控制变量  $P_{Gi}(t), Q_{Gi}(t)$ , 状态变量  $V_i(t), \theta_i(t), P_{ij}(t), Q_{ij}(t)$ , 输入变量  $P_{Di}, Q_{Di}$  均已转化为关于时间的连续函数。考虑发电机在时间上的耦合, 还需补充发电机的爬坡约束:

$$R_{\text{down}i} dt \leq P_{Gi}(t+dt) - P_{Gi}(t) \leq R_{\text{up}i} dt \quad (7)$$

式中:  $R_{\text{down}i}, R_{\text{up}i}$  分别为第  $i$  台发电机最大向下爬坡率和最大向上爬坡率。

### 2.2 黎曼积分等价模型

黎曼积分的处理过程包括分割、作和、求极限, 当分割越来越精细时, 黎曼和的极限与黎曼积分的结果近似等价。

对时间区间  $[T_a, T_b]$  进行分割。在此区间中取一个有限的点列  $T_a = t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n = T_b$ 。每个闭区间  $[t_m, t_{m+1}]$  为一个子区间, 其中  $0 \leq m \leq n-1$ 。定义  $\lambda$  为子区间长度的最大值:  $\lambda = \max(t_{m+1} - t_m)$ 。对每个子区间求和并取极限, 则连续最优潮流模型可以表示为如下形式。

$$\min F = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{m=0}^{n-1} \sum_{i=1}^{N_g} [a_{2i} P_{Gi}^2(t_m) + a_{1i} P_{Gi}(t_m) + a_{0i}] \times (t_{m+1} - t_m) \quad (8)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta P_i(t_m) = P_{Gi}(t_m) - P_{Di}(t_m) - V_i(t_m) \\ \sum_{j=1}^N V_j(t_m) [G_{ij} \cos \theta_{ij}(t_m) + B_{ij} \sin \theta_{ij}(t_m)] \\ \forall m = 0, 1, \dots, n-1 \\ \Delta Q_i(t_m) = Q_{Gi}(t_m) - Q_{Di}(t_m) - V_i(t_m) \\ \sum_{j=1}^N V_j(t_m) [G_{ij} \sin \theta_{ij}(t_m) - B_{ij} \cos \theta_{ij}(t_m)] \\ \forall m = 0, 1, \dots, n-1 \end{array} \right. \quad (9)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{P_{Gi}} \leq P_{Gi}(t_m) \leq \overline{P_{Gi}} \\ \forall m = 0, 1, \dots, n-1, \forall i \in (1, \dots, N_g) \\ \underline{Q_{Gi}} \leq Q_{Gi}(t_m) \leq \overline{Q_{Gi}} \\ \forall m = 0, 1, \dots, n-1, \forall i \in (1, \dots, N_g) \\ \underline{V_i} \leq V_i(t_m) \leq \overline{V_i} \\ \forall m = 0, 1, \dots, n-1, \forall i \in (1, \dots, N) \\ \underline{\theta_i} \leq \theta_i(t_m) \leq \overline{\theta_i} \\ \forall m = 0, 1, \dots, n-1, \forall i \in (1, \dots, N) \\ | -V_i^2(t_m) G_{ij} + V_i(t_m) V_j(t_m) [G_{ij} \cos \theta_{ij}(t_m) + B_{ij} \sin \theta_{ij}(t_m)] | \leq \overline{P_{ij}} \\ \forall m = 0, 1, \dots, n-1, \forall i \in (1, \dots, N) \end{array} \right. \quad (10)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{\text{down}i}(t_{m+1} - t_m) \leq P_{Gi}(t_{m+1}) - P_{Gi}(t_m) \leq \\ R_{\text{up}i}(t_{m+1} - t_m) \quad \forall m = 0, 1, \dots, n-1 \end{array} \right. \quad (11)$$

至此,连续性最优潮流可通过式(8)一式(11)求解。

### 3 算例分析

#### 3.1 模型参数

为验证上述模型,文中以 IEEE 5 节点系统为例,计算基于黎曼积分的连续最优潮流。IEEE 5 节点系统共有 2 台常规发电机组,5 个负荷节点,3 条线路支路和 2 条变压器支路,系统接线如图 1 所示。节点电压上下界设定为 1.10 和 0.90。优化时间为 1 d,最大负荷取自 IEEE 5 节点系统标准算例,日负荷系数(与该日最大电负荷百分比)根据典型日用电特征设置,如图 2 所示。常规发电机组的发电成本为二次函数,取自 IEEE 5 节点系统标准算例,发电机组出力上下界和发电成本曲线参数具体数值(标幺值)如表 1 所示。

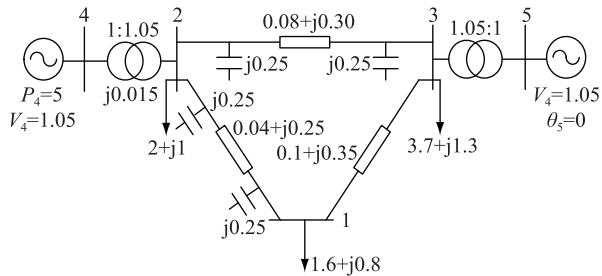


图 1 IEEE 5 节点系统结构

Fig.1 System structure of IEEE 5-bus

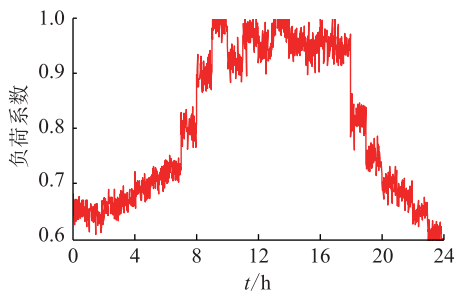


图 2 日负荷曲线

Fig.2 Forecast daily load curve

表 1 发电机数据

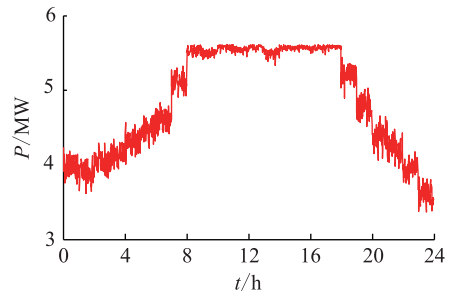
Table 1 Data of generator units

发电 机序 号	出力上界		出力下界		发电成本曲线参数		
	有功/ MW	无功/ Mvar	有功/ MW	无功/ Mvar	二次 系数	一次 系数	常数项
1	8	3	1	-3	50.43	200.43	1 200.65
2	8	5	1	-2.1	200.55	500.75	1 857.20

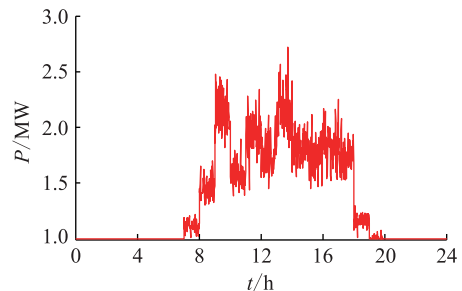
#### 3.2 结果分析

对 IEEE 5 节点系统进行基于黎曼积分的最优潮流计算,得到 2 台发电机出力如图 3 所示。可以看出,发电机 1 和 2 的发电呈现波动特性,这说明发

电机不断调整出力以匹配负荷的变化。在 00:00~7:00 左右和 19:00~24:00 左右,负荷较小,发电机 1 出力分别呈现波动上升和波动下降趋势,而发电机 2 处于关停状态,这是由于发电机 2 成本较大,为降低发电成本,优先调用发电机 1 跟随负荷波动。在 07:00~19:00 左右,负荷较大,发电机 1 出力维持在 5.5 MW 微小波动,而发电机 2 出力在 1.5~2.5 MW 之间较大幅度调整以跟随负荷波动。



(a) 发电机 1 有功出力



(b) 发电机 2 有功出力

图 3 发电机有功出力

Fig.3 Active power outputs of generators

各节点电压幅值如图 4 所示,可以看出,当采用基于黎曼积分的最优潮流计算时,连续时间内节点电压幅值均在允许的上下限范围内波动,说明系统处在安全的范围内。

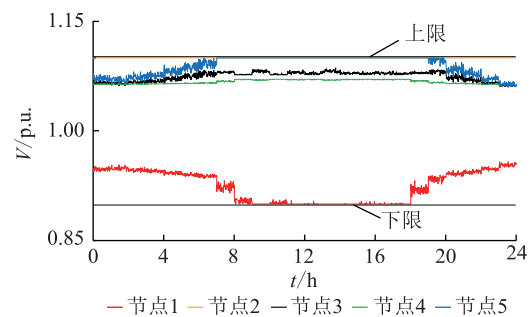


图 4 节点电压幅值

Fig.4 Node voltage magnitude

### 4 结论

文中将黎曼积分应用于最优潮流模型中,提出了基于黎曼积分的最优潮流模型,结论如下:

- (1) 通过求解基于黎曼积分的最优潮流模型,

能够得到一组保证系统处于安全范围内的最优调度方案,该方案为调度人员的正确决策提供有效支持;

(2) 优化结果说明发电机组的出力能很好地跟随负荷变化,从而更好地维持系统的频率稳定。

#### 参考文献:

- [1] 丁晓莺,王锡凡,陈皓勇. 一种求解最优潮流的组合算法[J]. 中国电机工程学报,2002,22(12):11-16.  
DING Xiaoying, WANG Xifan, CHEN Haoyong. A combined algorithm for optimal power flow [J]. Proceedings of the CSEE, 2002, 22(12):11-16.
- [2] CARPENTIER J. Contribution a l'etude du dispatching economique[J]. Bulletin de la Societe Francaise des Electriciens, 1962,3(1):431-447.
- [3] GRANVILLE S. Optimal reactive dispatch through interior-point methods [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1994(9):136-146.
- [4] WU Y C, DEBS A S, MARSTEN R E. A direct nonlinear predictor-corrector primal-dual interior point algorithm for optimal power flows [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1994(9):876-883.
- [5] ABIDO M A. Optimal power flow using particle swarm optimization[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2002, 24(7):563-571.
- [6] OSMAN M S, ABOSINNA M A, MOUSA A. A solution to the optimal power flow using genetic algorithm [J]. Applied Mathematics and Computation, 2004, 155(2):391-405.
- [7] CHENG C P. Unit commitment by lagrangian relaxation and genetic algorithms [J]. IEEE Transactions on Power System, 2000,15(2):707-714.
- [8] CONEJO A J, AGUADO J A. Multi-area coordinated decentralized DC optimal power flow [J]. IEEE Transactions on Power System, 1998,13(4):1272-1278.
- [9] 王锡凡. 现代电力系统分析[M]. 北京:科学出版社,2003,116-134.  
WANG Xifan. Modern power system analysis[M]. Beijing: Science Press, 2003,116-134.
- [10] TORRES G L, QUINTANA V H. Optimal power flow by a nonlinear complementarity method [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2000, 15(3):1028-1033.
- [11] XIE K, SONG Y H. Dynamic optimal power flow by interior point methods [J]. IET Proceedings- Generation Transmission and Distribution, 2009, 148(1):76-84.
- [12] CHUNG C Y, YAN W, LIU F. Decomposed predictor-corrector interior point method for dynamic optimal power flow [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2011, 26(3):1030-1039.
- [13] 李滨,杜培,韦华. 含同步风电机组的电力系统动态最优潮流[J]. 电力系统保护与控制,2013,41(23):8-15.  
LI Bin, DU Pei, WEI Hua. Dynamic optimal power flow considering synchronous wind generator system [J]. Power System Protection and Control, 2013, 41(23):8-15.
- [14] 熊宁,吴越,蔡恒,等.考虑静态电压稳定的低碳电力调度[J]. 中国电机工程学报,2013,33(4):62-67.  
XIONG Ning, WU Yue, CAI Heng, et al. Low carbon generation dispatch considering static voltage stability [J]. Proceedings of the CSEE, 2013, 33(4):62-67.
- [15] 李学平,卢志刚,王浩锐,等.考虑碳减排日指标约束的碳捕集调度策略[J]. 中国电机工程学报,2012,32(31):159-165.  
LI Xueping, LU Zhigang, WANG Haorui, et al. Dispatch strategy for carbon capture considering day index constraints in carbon emission reduction [J]. Proceedings of the CSEE, 2012, 32(31):159-165.
- [16] 赖永生,刘明波. 电力系统动态无功优化问题的快速解耦算法[J]. 中国电机工程学报,2008,28(7):32-39.  
LAI Yongsheng, LIU Mingbo. Fast decomposition algorithm for solution of dynamic reactive power optimization problem in power systems [J]. Proceedings of the CSEE, 2008, 28(7):32-39.
- [17] 董朝阳,赵俊华,文福拴,等.从智能电网到能源互联网:基本概念与研究框架[J]. 电力系统自动化,2014,38(15):1-11.  
DONG Zhaoyang, ZHAO Junhua, WEN Fushuan, et al. From smart grid to energy internet: basic concept and research framework [J]. Automation of Electric Power, 2014,38(15):1-11.
- [18] 王高红,陈潇一. 基于遗传算法的智能电网非侵入式电器监控策略[J]. 智慧电力,2017,45(11):42-46,71.  
WANG Gaohong, CHEN Xiaoyi. Monitoring strategy with non-invasion for electric appliances in smart grid based on genetic algorithm [J]. Smart Power, 2017,45(11):42-46,71.
- [19] 彭显刚,李壮茂,邓小康,等. 智能电网框架下的高级量测体系研究述评[J]. 广东电力,2017,30(12):7-14.  
PENG Xiangang, LI Zhuangmao, DENG Xiaokang, et al. Research on advanced metering infrastructure under smart grid framework [J]. Guangdong Electric Power, 2017, 30(12):7-14.
- [20] 刘松. 黎曼积分的局限性和勒贝格积分的优越性[J]. 合肥学院学报,2016,33(4):14-17.  
LIU Song. The limitations of Riemann's integral and the superiority of Lebesgue's integral [J]. Journal of Hefei University, 2013, 41(23):14-17.

#### 作者简介:



袁亚云

袁亚云(1990),女,硕士,工程师,从事电网调度工作(E-mail:0827yyy@163.com);

周威林(1992),男,学士,从事电网建设工作(E-mail:1124315194@qq.com);

杨阳(1993),男,硕士,从事电网调度工作。

## Continuation optimal power flow model based on Riemann integral

YUAN Yayun<sup>1</sup>, ZHOU Weilin<sup>1</sup>, YANG Yang<sup>2</sup>, MA Yifeng<sup>1</sup>, GE Qin<sup>1</sup>

(1. State Grid Nantong Power Supply Company, Nantong 226000, China;

2. State Grid Taizhou Power Supply Company, Taizhou 225300, China)

**Abstract:** In the actual power system, the load changes at all times under the influence of various factors and it can be regarded as a continuous function. The development of smart grid makes continuous time data acquisition and generator control come true, so the continuous time load dispatching is imminent. However, the economy and security of the original static and dynamic optimal power flow are limited to some extent with considering the optimization of discrete functions. The Riemann integral method is applied to expand the optimal power flow, which consider continue time change of variables. A continuation optimal power flow model is established based on Riemann integral. The precision and efficiency of the algorithm is verified through the stimulation of IEEE 5-bus system. Simulation results show that a final optimal dispatching is found in the proposed model with all the chance constraints satisfied. Moreover, the active power outputs of generators flow the fluctuation of load well.

**Keywords:** Riemann integral; optimal power flow; multi-region; continuation power flow; communication constraint

(编辑 方晶)

(上接第 145 页)

## The distorted electric field on rooftop near angle tower of 500 kV double circuit transmission lines

HUANG Mingxiang<sup>1</sup>, BIAN Hongzhi<sup>1</sup>, LIN Yifu<sup>1</sup>, WANG Yifei<sup>2</sup>, YANG Dongyang<sup>2</sup>, FU Zhengcai<sup>2</sup>

(1. State Grid Fujian Electric Power Co., Ltd. Economic Technology Research Institute, Fuzhou 350001, China;

2. Key Laboratory of Control of Power Transmission and Conversion(Shanghai Jiaotong University), Shanghai 200030, China)

**Abstract:** Power frequency electric field near the angle tower of double circuit transmission lines is seriously distorted, which becomes an important factor restricting the engineering design and environmental assessment of the transmission lines. This paper establishes a model for the simulation of power frequency electric field near the angle tower of 500 kV double circuit transmission lines. The validity of the model is verified by the comparison between simulation results and measured data. The distortion factors affecting the electric field on the rooftop are analyzed. Based on the electric field exposure limit, necessary control distance between the house and the transmission line is estimated. The results show that the closer the three-dimensional distance between the house and the line is, the more concentrated the electric field is and the more serious the distortion of the exposed field on the rooftop of the house is. The influence of house height on electric field decreases with distance increasing. Finally, the control distance between the houses and the lines under different house heights and turning angles is suggested, which could be referred in the planning and design of transmission lines.

**Keywords:** 500 kV double circuit transmission line; angle tower; power frequency electric field; distorted electric field; control distance

(编辑 方晶)