DOI:10.12158/j.2096-3203.2023.04.007

一种求解超越方程零极点分布的谐波不稳定分析方法

徐方维¹,陈锴¹,郑鸿儒¹,陈超²,马智泉³,罗忠游⁴
(1.四川大学电气工程学院,四川 成都 610065;
2.国网浙江省电力有限公司嘉兴供电公司,浙江 嘉兴 314000;
3.国网浙江省电力有限公司电力科学研究院,浙江 杭州 310014;
4.国网新疆电力有限公司,新疆 乌鲁木齐 830002)

摘 要:考虑线路分布参数模型是准确分析风电场谐波不稳定的必要条件,但模型的引入导致谐波不稳定分析面临系统超越方程零极点分布难以求解的问题。基于此,文中首先建立并验证考虑线路分布参数的风电场阻抗模型。其次,提出一种基于 Pade 近似的超越方程零极点分布求解方法,将指数函数近似为有理分式,仅须选择有理 分式阶次,而无须拟合系数。然后,分析不同线路长度和电网强度下,不同线路模型对系统谐波不稳定影响。最后,通过仿真验证所提方法的有效性和准确性。结果表明:线路分布参数不可被忽略,否则将可能导致稳定性和高频谐波放大点分析不准确,甚至遗漏高频谐波放大点。文中所提方法不仅可准确评估系统的稳定性,还可分析系统的谐波放大点。

关键词:分布参数;超越方程;谐波不稳定;零极点分布;Pade 近似;风电场 中图分类号:TM134 **文献标志码:**A **文章编号:**2096-3203(2023)04-0061-12

0 引言

近年来在"双碳"目标驱动下,风电场在电力系 统中的比例不断增加^[1]。并网变流器作为风电场 与电网的重要接口,在向电网输送清洁能源方面发 挥重要作用^[2]。然而,变流器内部控制环与风电场 无源元件交互可能会导致多频点谐波放大,其频率 通常在数赫兹到几千赫兹范围内^[3-5]。倘若交互频 率点下系统呈现负阻尼,将导致谐波持续放大,这 种现象被称为谐波不稳定^[6-7]。谐波不稳定会造成 设备损毁,危及电网安全稳定运行^[8-10]。因此,准确 分析风电场站的稳定性以及潜在谐波放大点,可为 谐波治理提供重要的理论指导,例如在风电并网前 进行谐波不稳定风险评估以避免引发谐波不稳定 问题,所分析的谐波放大点可为滤波器设计提供滤 波频次依据等。

目前,状态空间法^[11-13]和阻抗分析法^[14-19]是分 析谐波不稳定的主流方法。状态空间法通过建立 状态空间模型,利用状态矩阵的特征值分析谐波稳 定性。文献[11-13]建立了包含时延、控制器和滤波 器的状态空间模型,分析了电网强度和控制参数对 谐波的不稳定影响。阻抗分析法在频域中建立传 递函数关系式,通过零极点分布或阻抗稳定判据判

收稿日期:2023-01-11;修回日期:2023-04-17

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51877141,522771-13) 断系统稳定性^[14]。文献[15-16]采用阻抗分析法分 析电流控制的多并网变流器系统的谐波相互作用, 以此分析电网阻抗对谐波稳定性的影响,但未考虑 锁相环(phase-locked loop, PLL)的动态特性影响。 为此,文献[17-19]在考虑 PLL 动态特性的基础上, 进一步分析控制环节、滤波器、电网阻抗和 PLL 参 数对并网变流器系统稳定性的影响。

风电场通常远离负荷中心,要经过长距离线路 输电才能实现并网。现有谐波不稳定分析通常将 线路简化为集总参数模型,但由于线路集总参数模 型无法在宽频范围内描述线路的端口外特性^[20],不 适用于谐波不稳定分析。因此,有必要计及线路分 布参数模型。

为解决引入线路分布参数使系统的零极点方 程变为含复数双曲函数的超越方程,导致谐波不稳 定评估面临零极点分布难以确定的问题,文献[21] 提出了基于奈奎斯特稳定判据的系统稳定性分析 方法,但其判定须满足应用阻抗分析法的前提条 件;文献[22]将双曲函数中的指数函数通过欧拉公 式展开,以确定极点分布,但其在欧拉展开时忽略 了传播系数中拉普拉斯算子的实部,仅能求出复平 面虚轴附近的部分极点,无法充分判定系统稳定性。

为此,文中首先建立了计及线路分布参数的风 电场阻抗模型,并验证模型准确性。针对计及线路 分布参数后系统超越方程零极点分布难以确定的 问题,提出一种基于 Pade 近似法求解超越方程零极 点分布的谐波不稳定分析方法。文中通过 Pade 近 似,将双曲函数中的指数函数近似为有理分式以确 定系统零极点分布,有理分式逼近仅须选择有理分 式的阶次,而无须拟合系数。所提方法的优势在 于:(1)有理分式可在复平面限定区域中有效地逼 近指数函数,得到准确且完备的系统零极点分布; (2)不仅可准确评估系统的稳定性,还可分析系统 的谐波放大点。文中进一步分析了不同线路长度 和电网强度下,不同线路模型对谐波不稳定影响。 最后,基于电磁暂态仿真平台搭建风电场仿真模 型,验证了所提方法的有效性和准确性。

1 风电场阻抗模型

1.1 三相 LCL 型并网变流器的输出等效模型

并网变流器与电网之间的谐波交互影响可从 变流器闭环控制系统外特性角度入手,即建立并网 变流器输出等效模型。图 1 为三相 LCL 型并网变 流器的主电路及其控制系统,其中 L_1 、 L_2 分别为变流 器侧和电网侧的滤波电感; C_f 、 R_d 分别为滤波电容及 其寄生电阻; I_1 、 I_e 分别为变流器输出电流和电容电 流; I_{ref} 为输入参考电流; U_{de} 为直流侧输入电压; U_e 为 电容电压; U_o 、 I_o 分别为并网电压和电流; s_1 、 s_2 、…、 s_6 为开关管控制信号; θ_{PLL} 为并网电压 U_o 的相角; SPWM 为正弦脉冲宽度调制技术。





为简化分析,文中变流器采用单位功率因数的 电流控制,电流控制策略见图 2。图 2 中,G_{ie}为内环 电容电流比例控制器的传递函数;H₂为电容电流反 馈增益系数;K_{PWM}为逆变桥增益;G_{ig}=K_p+K_i/s,为外 环输出电流比例-积分控制器的传递函数,其中K_p、 *K*_i分别为比例系数和积分系数;*G*_d为并网变流器总时延传递函数,在*s*域的表达式为:

$$G_{\rm d}(s) = \frac{1}{1.5T_{\rm s}s + 1} \tag{1}$$

式中:T_s为采样周期。PLL 的动态特性,即局部 dq 坐标系与全局 dq 坐标系之间的相位差,其影响可由 传递函数 G_{PLL1}和 G_{PLL2}^[19]表示:

$$G_{\rm PLL1} = -\frac{I_{\rm m}G_{\rm PLL}}{s + U_{\rm m}G_{\rm PLL}}$$
(2)

$$G_{\rm PLL2} = -\frac{U_{\rm m}G_{\rm PLL}}{K_{\rm PWM}(s + U_{\rm m}G_{\rm PLL})}$$
(3)

式中: $U_{\rm m}$ 、 $I_{\rm m}$ 分别为并网电压和电流的峰值; $G_{\rm PLL} = K_{\rm p}^{\rm PLL} + K_{\rm i}^{\rm PLL}/s$,为 PLL 比例-积分控制器的传递函数, 其中 $K_{\rm p}^{\rm PLL}$ 、 $K_{\rm i}^{\rm PLL}$ 分别为 PLL 的比例系数和积分系数。

根据图 2,由梅森定理推导出并网变流器输出 电流 *I*。的表达式为:

$$I_{\rm o} = G_{\rm inv} I_{\rm ref} - Y_{\rm inv} U_{\rm o} \tag{4}$$

式中: G_{inv}、 Y_{inv}分别为并网变流器的等效电流源系数 和输出导纳, 其表达式分别为:

$$G_{\rm inv} = \frac{G_{\rm ig}G_4}{G_2G_3(G_4H_2 + G_1) + G_{\rm ig}G_4 + G_2 + G_1} \quad (5)$$

$$Y_{\rm inv} = \frac{G_4(G_{\rm ig}G_{\rm PLL1} + G_{\rm PLL2}) + G_3(G_4H_2 + G_1) + 1}{G_2G_2(G_4H_2 + G_1) + G_2G_4 + G_2 + G_1}$$

其中:

$$\begin{cases} G_{1}(s) = sL_{1} \\ G_{2}(s) = sL_{2} \\ G_{3}(s) = sC_{f}/(sC_{f}R_{d} + 1) \\ G_{4}(s) = G_{ic}G_{d}K_{PWM} \end{cases}$$
(7)

1.2 风电场等效电路模型

图 3 为 n 台并网变流器经线路并网的风电场等效电路模型。为重点分析线路分布参数对谐波不稳定的影响,建模过程中将其他因素简化。其中,并网变流器采用诺顿等效模型;变压器模型采用串联短路阻抗和并联励磁阻抗的 τ型电路等效,由于励磁阻抗相对较大,可视为开路,且串联电抗远大于串联电阻,仅将箱变和主变等效为串联纯电抗模型,分别表示为 Z_{μτ};采用 π 型电路结构表示



图 2 电流控制策略框图 Fig.2 Block diagram of current control strategy

(6)

35 kV 线路,其串联阻抗和并联导纳分别表示为 Z_s 和 Y_p ;110 kV 电网采用理想电压源串联阻抗的戴维 南电路模型,其电压和阻抗分别表示为 U_{grid} 和 Z_g 。 图 3 中, U_{pec} 、 I_{pec} 分别为公共耦合点(point of common coupling, PCC)的电压和电流; $Z_{inv} = 1/Y_{inv}$,为变流器 的输出阻抗; G_{eq} 、 Z_{eq} 分别为变流器侧等效电流源系 数和等效输出阻抗; Z_{eq_g} 为电网等效阻抗。



图 3 风电场等效电路 Fig.3 The equivalent circuit of the wind farm

计及线路分布参数模型的 Z_s和 Y_p分别为:

$$Z_{\rm s} = Z_{\rm c} \sinh(\gamma l) \tag{8}$$

$$Y_{\rm p} = \frac{\cosh(\gamma l) - 1}{Z_{\rm e} \sinh(\gamma l)} \tag{9}$$

式中:l为线路的长度。线路的特征阻抗 Z_{c} 和传播 系数 γ 分别为^[22]:

$$Z_{\rm c} = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} + \frac{R_0}{2s\sqrt{L_0C_0}} \tag{10}$$

$$\gamma = \frac{R_0}{2} \sqrt{\frac{C_0}{L_0}} + s \sqrt{L_0 C_0}$$
(11)

式中: R_0 、 L_0 、 C_0 分别为线路单位长度的电阻、电感和电容。

变流器侧等效电流源系数 G_{eq} 和等效输出阻抗 Z_{eq} 的表达式分别为:

$$G_{\rm eq} = \frac{nZ_{\rm inv}G_{\rm inv}}{(Z_{\rm inv} + Z_{\rm DT})(Z_{\rm s}Y_{\rm p} + 1) + nZ_{\rm s}} \quad (12)$$

$$Z_{\rm eq} = \frac{Z_{\rm c}(Z_{\rm inv} + Z_{\rm DT})(Z_{\rm s}Y_{\rm p} + 1) + nZ_{\rm s}}{(Z_{\rm inv} + Z_{\rm DT})Y_{\rm p}(Z_{\rm s}Y_{\rm p} + 2) + n(Z_{\rm s}Y_{\rm p} + 1)} \quad (13)$$

根据图 3(b) 可以推导出 I_{pcc} 和 U_{pcc} 的表达式 如下。

$$\begin{cases} I_{\text{pcc}} = G_{\text{lump}} I_{\text{ref}} - Y_{\text{lump}} U_{\text{grid}} \\ U_{\text{pcc}} = Z_{\text{eq},g} I_{\text{pcc}} + U_{\text{grid}} \end{cases}$$
(14)

式中: G_{lump} 、 Y_{lump} 分别为变流器侧和电网侧到 I_{pee} 的传递函数,其表达分别如式(15)和式(16)所示。

$$G_{\text{lump}} = \frac{nZ_{\text{c}}Z_{\text{inv}}G_{\text{inv}}}{Z_{1} \cosh(\gamma l) + Z_{2} \sinh(\gamma l)} \qquad (15)$$

$$Z_{1} = Z_{c}(Z_{inv} + Z_{DT}) + nZ_{c}Z_{eq_{g}}$$
(17)
$$Z_{2} = Z_{eq_{g}}(Z_{inv} + Z_{DT}) + nZ_{c}^{2}$$
(18)

为验证所建立的风电场阻抗模型准确性,文中 利用谐波小信号注入法^[23]测量变流器侧等效输出 阻抗 Z_{eq}的幅频特性,并与理论模型阻抗幅频特性进 行对比验证,具体参数见表 1。测量与理论模型阻 抗的幅频特性对比如图 4 所示。

表 1 风电场参数 Table 1 Parameters of the wind farm

参数	数值	参数	数值
滤波电感 L ₁ /mH	0.025	电网电感 L_{g} /mH	1
滤波电感 L_2/mH	0.400	电网电压 U _{grid} /kV	110
滤波电容 $C_{\rm f}/\mu F$	33.4	主变额定电压 U ₁ ^{MT} /U ₂ ^{MT}	35 kV/ 110 kV
寄生电阻 $R_{\rm d}/\Omega$	1	主变额定容量 S ^{MT} /(MV・A)	50
比例-积分控制器 系数 K_p 、 K_i	20、 6 000	主变短路 电压比 <i>U</i> ^{MT} /%	10.5
比例控制器传递 函数 <i>G</i> _{ic}	1	箱变额定电压 U ₁ ^{DT} /U ₂ ^{DT}	0.69 kV/ 35 kV
增益系数 H ₂	5	箱变额定容量 S _N ^{DT} /(MV・A)	1.6
PLL 系数 K _p ^{PLL} 、K _i ^{PLL}	0.4,20	箱变短路电压比 U _k ^{DT} /%	6.5
三角波幅值 U _{ri} /V	650	线路单位长度 电阻 R_0/Ω	0.053
直流侧输入 电压 <i>U</i> _{de} /V	1 300	线路单位长度 电感 L ₀ /mH	1.2
采样周期 T _s /s	5×10 ⁻⁵	线路单位长度 电容 C ₀ /nF	12.9
并网变流器台数 n	8	线路长度 l/km	50



图 4 测量阻抗与理论阻抗的幅频特性 Fig.4 Amplitude-frequency characteristics of measured impedance and theoretical impedance

图 4 中谐波阶次可表示为:

$$h = f/f_0 \tag{19}$$

式中:f、f。分别为谐波和基波频率。

由图 4 可知,所建立的模型与测量阻抗幅频特 性基本吻合,验证了所建理论模型的准确性。

2 求解超越方程零极点分布方法

根据式(14)可知, U_{pee}与 I_{pee}呈正相关,系统谐 波不稳定特性由传递函数 G_{lump}和 Y_{lump}的零极点分 布共同决定。然而,根据式(15)和式(16)可知,计 及线路分布参数所引入的双曲函数使得 G_{lump}的极 点方程和 Y_{lump}的零极点方程为超越方程,无法得到 零极点方程中拉普拉斯算子 s 的解析解。为此,文 中通过 Pade 近似,将双曲函数中的指数函数近似为 有理分式以确定系统零极点分布。须指出的是, Pade 近似仅能求解复平面有限区域内的零极点分 布,对于有限区域以外的零极点分布,须通过双曲 正弦与双曲余弦的关系确定。

复平面区域划分如图 5 所示,其中 $\sigma_x w$ 分别为 s 的实部和虚部; $\sigma_L_x \sigma_R$ 分别为 3 个区域的边界线实 部值; w_{limit} 为所评估谐波不稳定的谐波角频率上限, 该值可根据实际需要进行设置。文中设 w_{limit} =314× 150,其中 150 为所分析的谐波阶次上限,可覆盖实 际工程场景。



Fig.5 The divide of the complex plane

当复平面区域满足下述2个条件时,可确定 G_{lumn}和Y_{lum}超越方程的零极点分布。

条件一:在复平面有限区域内(区域②),有理 分式可准确逼近指数函数;

条件二:在有限区域外的无限区域(区域①和 ③),双曲正弦与双曲余弦函数绝对值近似相等。

2.1 确定区域①和③的零极点分布

将 *s*=*σ*+j*w* 代入双曲函数中的指数函数,并表示为幅值和相角形式:

$$\begin{cases} e^{-\gamma l} = e^{-\frac{lR_0}{2}\sqrt{\frac{C_0}{L_0} - l\sqrt{L_0C_0}\sigma} \angle - wl\sqrt{L_0C_0} \\ e^{\gamma l} = e^{\frac{lR_0}{2}\sqrt{\frac{C_0}{L_0} + l\sqrt{L_0C_0}\sigma} \angle wl\sqrt{L_0C_0} \end{cases}$$
(20)

实际场站中,对于选定的线路长度和型号,线路参数 l_{R_0} 、 L_0 和 C_0 均为常数,因此 $e^{-\gamma l}$ 和 $e^{\gamma l}$ 的幅值 主要取决于 σ 。只要 σ 足够大(σ 为正值),可认为 $e^{-\gamma l} = \cosh(\gamma l) - \sinh(\gamma l) \approx 0$,即 $\cosh(\gamma l) \approx \sinh(\gamma l)$;同理,只要 σ 足够小(σ 为负值),可认为 $e^{\gamma l} = \cosh(\gamma l) + \sinh(\gamma l) \approx 0$,即 $\cosh(\gamma l) \approx -\sinh(\gamma l)$ 。 因此,条件二成立的关键在于选择 σ_{R} 和 σ_{L} 使 得当 $\sigma > \sigma_{R}$ (即 σ 位于区域③)时, cosh(γl) ≈ sinh(γl);当 $\sigma < \sigma_{L}$ (即 σ 位于区域①)时, cosh(γl) ≈ -sinh(γl)。选取 σ_{R} 和 σ_{L} 可基于下述 2 种方法。直 接法:直接选取 σ_{R} 和 σ_{L} ,并分别判断 $e^{-\gamma l}(\sigma = \sigma_{R})$ 和 $e^{\gamma l}(\sigma = \sigma_{L})$ 的幅值是否近似为 0;反解法:设定 $e^{-\gamma l}$ 和 $e^{\gamma l}$ 幅值近似为 0,反解 σ_{R} 和 σ_{L} 。文中采用直接法, 选取 $\sigma_{R} = -\sigma_{L} = 20\ 000$,当 $\sigma = \sigma_{R}$ 时, $e^{-\gamma l} \approx 1.8 \times 10^{-3} \approx$ 0;当 $\sigma = \sigma_{L}$ 时, $e^{\gamma l} \approx 1.9 \times 10^{-3} \approx 0$ 。

在区域①, cosh(γ*l*) ≈ -sinh(γ*l*),因此式(15) 和式(16)可化简为:

$$\begin{cases} G_{\text{lump}} = \frac{nZ_{\text{c}}Z_{\text{inv}}G_{\text{inv}}}{(Z_1 - Z_2)\cosh(\gamma l)} \\ Y_{\text{lump}} = \frac{Z_{\text{inv}} + Z_{\text{DT}} - nZ_{\text{c}}}{Z_2 - Z_1} \end{cases}$$
(21)

由于 sinh(γl)和 cosh(γl)的零点实部在左半平 面大于- $R_0/L_0^{[21]}$,该值远大于 σ_{L_0} 因此,在区域 ①, sinh(γl)和 cosh(γl)均不影响 G_{lump} 的极点分布, G_{lump} 可化简为:

$$G_{\rm lump} = \frac{nZ_c Z_{\rm inv} G_{\rm inv}}{Z_1 - Z_2}$$
(22)

同理,在区域③, cosh(γl)≈sinh(γl),因此式
 (15)和式(16)可化简为:

$$\begin{cases} G_{\text{lump}} = \frac{nZ_{\text{c}}Z_{\text{inv}}G_{\text{inv}}}{(Z_1 + Z_2)\sinh(\gamma l)} \\ Y_{\text{lump}} = \frac{Z_{\text{inv}} + Z_{\text{DT}} + nZ_{\text{c}}}{Z_1 + Z_2} \end{cases}$$
(23)

由于 $\sinh(\gamma l)$ 和 $\cosh(\gamma l)$ 均不存在右半平面零 点^[21],因此,在区域③, G_{lump} 可化简为:

$$G_{\text{lump}} = \frac{nZ_c Z_{\text{inv}} G_{\text{inv}}}{Z_1 + Z_2}$$
(24)

根据上述推导,在区域①和③, *G*_{lump}和 *Y*_{lump}均可 化简为有理分式,但其零点方程和极点方程通常为 高阶多项式。求解 *G*_{lump}和 *Y*_{lump}的零极点分布可利 用 QR 分解法,该方法可求解上百阶、甚至上千阶的 有理分式零极点^[24]。

2.2 确定区域②的零极点分布

在区域②,通过 Pade 近似^[25],可将双曲函数中的指数函数近似为有理分式:

$$e^{-\gamma l} \approx e^{-\frac{lR_0}{2}\sqrt{\frac{L_0}{L_0}}} \times \frac{a_0 + \dots + a_i (l\sqrt{L_0C_0}s)^i + \dots + a_m (l\sqrt{L_0C_0}s)^m}{b_0 + \dots + b_j (l\sqrt{L_0C_0}s)^j + \dots + b_k (l\sqrt{L_0C_0}s)^k}$$
(25)

其中,系数
$$a_i$$
和 b_j 分别为:

$$\begin{cases}
a_i = (-1)^i \frac{(m+k-i)! m!}{i! (m-i)!} & i = 0, 1, \dots, m \\
b_j = \frac{(m+k-j)! k!}{j! (k-j)!} & j = 0, 1, \dots, k
\end{cases}$$
(26)

式中:m、k 分别为分子和分母阶次, 阶次 m 和 k 越 大, 有理分式越逼近指数函数。通常取 k=m+1, 文 中选取 k=16。

矢量拟合法^[26]亦可实现指数函数的有理分式 近似,但该方法除了须选择有理分式阶次外,还须 拟合系数,且在此过程中可能出现不收敛的情况。 而根据式(25)可知,指数函数的 Pade 近似仅须选 择有理分式阶次,而无须拟合系数。系数取决于其 阶次,一旦阶次选定,也就确定了有理分式的各项 系数。因此,文中选择 Pade 近似法。

若在区域②有理分式可准确逼近指数函数, *G*_{lump}和 *Y*_{lump}则可化为高阶有理分式,由此便可求出 零极点分布。为说明在区域②Pade 近似的准确性, 不妨以 *G*_{lump}和 *Y*_{lump}的极点方程为例,分析其近似前 后相对误差。首先将 *G*_{lump}和 *Y*_{lump}的极点方程记为:

 $\varphi = Z_1 \cosh(\gamma l) + Z_2 \sinh(\gamma l) \qquad (27)$

利用 Pade 近似后,式(27)可化为有理分式,并 记为 φ_1 。将区域②中的 $s=\sigma+jw$ 分别代入 φ 和 φ_1 , 并可分别计算 Re(φ)、Im(φ)和 Re(φ_1)、Im(φ_1), 其中 Re(*)、Im(*)分别为取*的实部和虚部。 近似前后的相对误差定义为:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{\mathbf{r}(\mathrm{Re}(\varphi))} &= |\operatorname{Re}(\varphi) - \operatorname{Re}(\varphi_1)| / |\operatorname{Re}(\varphi)| \\ e_{\mathbf{r}(\mathrm{Im}(\varphi))} &= |\operatorname{Im}(\varphi) - \operatorname{Im}(\varphi_1)| / |\operatorname{Im}(\varphi)| \end{aligned} (28)$$

式中: $e_{r(Re(\varphi))}$ 、 $e_{r(Im(\varphi))}$ 分别为近似前后的实部和虚部相对误差。

在区域②,通过扫点法计算 $e_{r(\text{Re}(\varphi))}$ 和 $e_{r(\text{Im}(\varphi))}$ 。 计算过程中设实部步长为 30,虚部步长为 20,取 l =80 km,其计算结果见图 6。由图 6 可知, $e_{r(\text{Re}(\varphi))}$ 不 超过 1.5%, $e_{r(\text{Im}(\varphi))}$ 不超过 1.0%。因此,可认为 Pade 近似法能有效将有理分式近似为指数函数。 倘若实部、虚部相对误差不在可接受范围内,如 $e_{r(\text{Re}(\varphi))}$ 和 $e_{r(\text{Im}(\varphi))}$ 超过 5%,可增加阶次 k,重复上述 步骤,直至相对误差在可接受范围内为止。

确定系统零极点分布过程可分为3个步骤。

步骤一:选择 $\sigma_{\rm R}$ 和 $\sigma_{\rm L}$,使得当 $\sigma > \sigma_{\rm R}$ 时, cosh(γl) ≈ sinh (γl);当 $\sigma < \sigma_{\rm L}$ 时, cosh (γl) ≈ -sinh(γl),即使得条件二成立。

步骤二:选择阶次 k 使得在区域②有理分式可 有效逼近指数函数,即使得条件一成立。



图 6 近似前后的实部和虚部相对误差(/=80 km) Fig.6 The relative error of real and imaginary parts before and after approximation (/=80 km)

步骤三:基于步骤一和步骤二所满足的条件, 在所分析的谐波阶次上限复平面区域内均可将 G_{lump}和 Y_{lump}近似为高阶有理分式,进而可直接确定 系统零极点分布。

假设 $s_i = \sigma_i + jw_i$ 是系统的极点之一,根据拉普拉 斯反变换原理,若存在 $\sigma_i > 0$,则系统不稳定,否则系 统稳定。若 $\sigma_i < 0$,主导极点对系统的谐波响应起主 导作用,对应谐波阶次 $h_i = w_i / (100\pi)$ 将被放大,为 此,文中又将主导极点称之为谐波放大点。谐波放 大点满足:(1)其他极点与谐波放大点相比远离虚 轴;(2)谐波放大点附近没有零点。系统的极点分 布随运行工况变化而变化,谐波放大点可能穿越虚 轴进入右半平面,导致系统不稳定。

3 线路分布参数对谐波不稳定影响分析

PCC 电网强度通常采用短路比(short circuit ratio,SCR)表征,即电网短路容量 S_{sc} 与并网变流器总 额定容量 nS_{s} 之比:

$$S_{\rm SCR} = S_{\rm SC} / (nS_{\rm N}) \tag{29}$$

通常情况下, S_{SCR} <3 可视为弱电网。对于三相 系统, 若已知网侧额定电压 U_{grid}, 则电网等效阻抗 Z_{eq g}与电网短路容量的关系如下:

$$S_{\rm SC} = U_{\rm grid}^2 / Z_{\rm eq g} \tag{30}$$

为重点分析不同线路长度及电网强度下,线路 分布参数对谐波不稳定影响,设场站变流器的工 况、容量、控制及系统等参数不变,具体参数如表1 所示,分析过程中全部参数均归算到35 kV 侧。

然后以线路串联阻抗模型、集中单 π 模型为对 比,分析线路分布参数对谐波不稳定的影响。当仅 考虑串联阻抗模型时,式(8)和式(9)中的 $Z_s = (R_0 + sL_0)l, Y_p = 0; 仅考虑线路集中单 <math>\pi$ 模型时, $Z_s = (R_0 + sL_0)l, Y_p = sC_0l/2$ 。

3.1 不同电网强度下线路分布参数对谐波不稳定 影响分析

基于所提方法,分析传递函数 G_{lump} 和 Y_{lump} 的零 极点分布。通过调整 Z_{eq_g} , 当 S_{SCR} 从 39.19 下降到

1.04 时,考虑线路分布参数模型的 G_{lump} 和 Y_{lump} 的零极点分布,如图 7 所示。由图 7 可知,随着 S_{SCR} 降低,所有极点往低频区移动,极点 P_3 和 P_4 向左移动,而 P_1 和 P_2 向右移动。当 $S_{SCR} < 1.47$ 时, P_1 穿过虚轴进入右半平面,这意味着系统将不稳定。







图 8 为 S_{SCR} 从 39.19 下降到 1.04 时,考虑线路 串联阻抗和集中单 π 模型的 G_{lump} 和 Y_{lump} 零极点分 布。由图 8(a)、(b)可知,考虑线路串联阻抗模型 时,系统有且仅有一个极点 P_1 , P_1 向右移动,但未穿 过虚轴。由图 8(c)、(d)可知,考虑线路集中单 π 模型时,极点 P_3 向左移动,而 P_1 和 P_2 向右移动。当 S_{SCR} <1.47 时, P_1 穿过虚轴进入右半平面,系统不 稳定。

3.2 不同线路长度下线路分布参数对谐波不稳定 影响分析

线路长度取决于其所在电压等级,根据《电力 工程设计手册 24:电力系统规划设计》,35 kV 线路 长度通常在 20~50 km。为此,文中分析时选取更广 线路长度,*l*取 10~80 km。

当线路长度由 10 km 增加到 80 km 时,考虑线



图 8 S_{SCR}从 39.19 下降到 1.04,考虑串联阻抗和集中
 单 π 模型的 G_{lump}和 Y_{lump}的零极点分布

Fig.8 The zero and pole distributions of G_{lump} and Y_{lump} considering series impedance and centralised single π model when S_{SCR} decreases from 39.19 to 1.04

路分布参数模型的 G_{lump} 和 Y_{lump} 的零极点分布如图 9(a)、(b)所示,图9(c)、(d)为部分极点 $P_3 - P_6$ 的 俯视图。由图9可知,随着线路长度增加,所有极点 均向低频区移动。极点 $P_2 - P_6$ 向左移动,远离虚 轴,而 P_1 向右移动,但未穿越虚轴,即当线路长度在 10~80 km 变化时,系统是稳定的。线路长度越长, 系统极点越多,换言之,系统谐波放大点越多。例 如,当 l = 20 km 时,系统存在极点 $P_1 - P_3$;当 l = 50km 时,系统存在极点 $P_1 - P_4$;当 l = 80 km 时,系统 存在极点 $P_1 - P_6$ 。







线路长度由 10 km 增加到 80 km 时,考虑线路 串联阻抗和集中单 π 模型的 G_{lump} 和 Y_{lump} 零极点分 布如图 10 所示。由图 10(a)、(b)可知,考虑线路串 联阻抗模型时,系统有且仅有一个极点 P_1, P_1 向右 移动,但未穿越虚轴进入右半平面。由图 10(c)、 (d)可知,考虑线路集中单 π 模型时,极点 P₂和 P₃ 向左移动,而 P₁向右移动,但未穿越虚轴。



图 10 /由 10 km 增到 80 km,考虑串联阻抗和集中 单 π 模型的 G_{iump}和 Y_{iump}的零极点分布

Fig.10 The zero and pole distributions of G_{lump} and Y_{lump} considering series impedance and centralised single π model when *l* increases from 10 to 80 km

综上所述,随着电网强度降低或线路长度增加,系统极点均向低频区移动。此外,线路长度越长,系统存在谐波放大点越多。对比考虑不同线路 模型与分布参数模型可知: (1)考虑线路串联阻抗模型无法准确分析谐波 放大点,且无法准确判定系统稳定性。

(2)考虑线路集中单π模型可分析较低次谐 波放大点及系统稳定性,但无法准确分析较高次谐 波放大点,甚至会遗漏高频谐波放大点。

须说明的是,在实际系统中,每个并网变流器 到集电线路点还有一段输电距离,此段距离可等效 视为增加了风电场到集中并网点的输电距离。根 据文中结论可知,输电距离的增加将导致系统极点 向低频区移动。

每个并网变流器到集电线路点的距离是都不 相同的,但通常较短,仅有数公里。假设每段距离 按最长考虑,此时设系统极点的频率为 f_1 ;同理,每 段距离按最短考虑,此时系统极点的频率设为 f_2 。 根据上述结论可知: $f_1 < f_2$ 。实际距离介于最长与最 短之间,因此所得实际系统极点的频率将介于 f_1 与 f_2 之间。但若每个并网变流器到集电线路点的距离 相差较大时, $f_1 = f_2$ 之间的区间可能较大而无法估 计系统极点的频率。为准确计算实际系统极点情 况,可将仅有数公里的并网变流器到集电线路点的 输电线用线路集中单 π 模型等效,通过诺顿等效变 换,亦可将风电场简化为图 3(b)所示的电路结构, 最后可根据文中所提方法计算式(15)与式(16)的 极点分布,以确定系统零极点分布。

4 仿真验证

为验证文中理论分析的准确性,按照图 3 所示的拓扑,在 MATLAB/Simulink 仿真环境中搭建风电场并网模型。

4.1 不同电网强度

仿真场景设置如下:*l*=50 km;0.2 s时,*S*_{SCR}由 39.19下降到 2.03;0.6 s时,下降到 1.35。PCC 电压 *U*_{pcc}的时域波形如图 11(a)所示,0.58 s—0.74 s时, *U*_{ncc}的 A 相电压局部放大图如图 11(b)所示。

由图 11 可知, S_{SCR} 为 39.19 和 2.03 时, 电压波 形均良好, 而 0.6 s 时, S_{SCR} 下降到 1.35, 电压波形发 散, 之后进入等幅振荡环节, 系统不稳定。仿真结 果验证了 3.1 节中考虑线路分布参数和集中单 π 模 型时稳定性理论分析结果, 即 S_{SCR} < 1.47 时, 系统不 稳定, 同时也证明了仅考虑线路的串联阻抗模型将 导致错误的系统稳定性判定。

为验证文中所提方法分析谐波放大点的准确 性,对图 11 中各稳定时段(即 0 s—0.2 s、0.2 s—0.6 s)内的时域波形进行傅里叶分解,可得各时段内谐 波电压频谱,如图 12 所示。







图 12 S_{SCR}=39.19、2.03 时 U_{pcc}的 A 相频谱 Fig.12 A-phase spectrum of the U_{pcc} at S_{SCR}= 39.19,2.03

图 12(a)中基波电压为2.8×10⁴ V,图 12(b)中 基波电压为 2.0×10⁴ V。而基于文中所提方法理论 分析得到的不同线路模型下的极点分布如表 2、表 3 所示。

表 2 S_{SCR} = 39.19、/= 50 km 时,不同线路模型下的 G_{lump}和 Y_{lump}极点频率阶次

Table 2 The pole frequency order of G_{lump} and Y_{lump} under different feeder models at S_{SCR} = 39.19 and /=50 km

线路		$G_{ m h}$	ump			$Y_{\rm h}$	ımp	
模型	P_1	P_2	P_3	P_4	P_1	P_2	P_3	P_4
分布参 数模型	19.3	41.4	69.9	115.0	19.3	41.3	69.9	115.0
集中单 π模型	18.1	44.3	66.3		18.1	44.3	66.3	
串联阻 抗模型	30.2				30.2			

表 3 S_{SCR} = 2.03、/=50 km 时,不同线路模型下的 G_{lump}和 Y_{lump}极点频率阶次

Table 3 The pole frequency order of G_{lump} and Y_{lump} under different feeder models at S_{SCR} = 2.03 and /=50 km

线路		$G_{ m h}$	ump			$Y_{ m h}$	ımp	
模型	P_1	P_2	P_3	P_4	P_1	P_2	P_3	P_4
分布参 数模型	7.2	38.5	55.9	103.0	7.2	38.5	55.9	104.0
集中单 π模型	4.6	32.0	44.4		4.6	32.1	44.4	
串联阻 抗模型	11.8				11.8			

对比图 12 中频谱尖峰点以及表 2、表 3 中极点的匹配度,可验证所得谐波放大点的准确性,具体为:

(1)考虑线路分布参数模型时,不同 S_{SCR}下谐 波电压频谱尖峰(P₁、P₃、P₄)与理论分析所得极点 (P₁、P₃、P₄)基本都一致。之所以没有频谱尖峰 P₂, 是因为极点 P₂位于左半平面且远离虚轴,对应频次 谐波衰减快。

(2)考虑线路集中单 π 模型时,仅有极点 P₁可 与频谱尖峰对应。

(3)考虑线路串联阻抗模型时,理论分析所得极点与频谱尖峰没有对应关系。

4.2 不同线路长度

仿真场景设置如下: S_{SCR} = 39.19;0.2 s时,线路 长度 *l* 由 20 km 增加到 50 km;0.4 s时,增加到 80 km。为分析系统极点频次下的电网背景谐波对 PCC 谐波的影响,根据 GB/T 14549—1993,假设 110 kV 电网背景 134 次谐波的含量在 0.6 s 从 0 增加到 0.8%。PCC 电压 U_{pec}的时域波形如图 13 所示。

由图 13 可知, U_{pec}的波形良好, 没有发散振荡, 系统稳定。仿真结果验证了 3.2 节中的理论分析结 果,即当线路长度在 20~80 km 时, 系统不存在右半 平面极点。



Fig.13 The time domain waveforms of U_{pcc} at I=20,50,80 km

为验证文中所提方法分析谐波放大点的准确 性,对图 13 中各稳定时段(即 0 s—0.2 s、0.2 s— 0.4 s、0.4 s—0.6 s、0.6 s—0.8 s)内的时域波形进行 傅里叶分解,可得如图 14 所示各时段内谐波电压 频谱。





图 14 /=20、50、80 km 时, U_{pcc}的 A 相频谱

Fig.14 A-phase spectrum of the U_{pcc} at /=20,50,80 km

基于文中所提方法理论分析所得的不同线路 长度下的极点分布见表 4、表 5(*S*_{SCR} = 39.19、*l* = 50 km 时的极点分布见表 2)。

表 4 S_{SCR} = 39.19、/= 20 km 时,不同线路模型下的 G_{lump}和 Y_{lump}极点频率阶次

Table 4 The pole frequency order of G_{lump} and Y_{lump} under different feeder models at S_{SCR} = 39.19 and *I*=20 km

线路		$G_{\rm lump}$			$Y_{\rm lump}$	
模型	P_1	P_2	P_3	P_1	P_2	P_3
分布参 数模型	32.3	55.4		32.3	55.4	
集中单 π模型	31.9	56.8	117.6	31.9	56.9	117.6
串联阻 抗模型	33.9			33.9		

表 5 S_{SCR} = 39.19、/= 80 km 时,不同线路模型下的 G_{lump}和 Y_{lump}极点频率阶次

Table 5 The pole frequency order of G_{lump} and Y_{lump} under different feeder models at S_{SCR} = 39.19 and *I*=80 km

线路	$G_{ m lump}$						
模型	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	
分布参 数模型	12.3	37.2	46.7	75.0	104.7	134.0	
集中单 π模型	11.2	41.6	50.9				
串联阻 抗模型	25.4						
	$Y_{ m lump}$						
线路			$Y_{\rm h}$	ımp			
线路 模型	<i>P</i> ₁	P_2	P_3	P_4	P_5	P ₆	
线路模型分布参数模型	P ₁ 12.3	Р ₂ 37.2	<i>Y</i> _h <i>P</i> ₃ 46.7	^{imp} P ₄ 75.0	Р ₅ 104.7	P ₆ 134.0	
 线路 模型 分模 布模型 集 π 棋型 	P ₁ 12.3 11.2	P ₂ 37.2 41.6	Y _h P ₃ 46.7 50.9	^{imp} P ₄ 75.0	P ₅ 104.7	Р ₆ 134.0	

同样,对比图 14 中频谱尖峰点以及表 4、表 5 中极点的匹配度,可验证所得谐波放大点的准确 性,具体如下:

(1)当*l*=20 km 时,谐波电压频谱尖峰(*P*₂) 与考虑线路分布参数和集中单 π 模型所得极点 (*P*₂)基本一致。之所以没有频谱尖峰 *P*₁,是因为 极点 *P*₁位于左半平面且远离虚轴,对应频次谐波 衰减快。

(2)当l = 80 km 时,谐波电压频谱尖峰(P_1 、 $P_3 - P_6$)与考虑线路分布参数模型所得极点(P_1 、 $P_3 - P_6$)基本一致;谐波电压频谱尖峰(P_1 、 P_3)与考 虑线路集中单 π 模型所得极点(P_1 、 P_3)基本一致; 极点 P_2 在左半平面且远离虚轴,因此无 P_2 频谱尖 峰。显然,仅考虑线路集中单 π 模型会遗漏高频谐 波放大点。

(3) 仅考虑线路串联阻抗模型,理论分析所得极点与谐波电压频谱尖峰没有直接对应关系。

(4) 对比 *l*=20、50、80 km 时的频谱尖峰,线路 越长,谐波电压频谱尖峰越多,即谐波放大点越多。

(5)当注入 0.8%的 134 次背景谐波电压, PCC 处 134 次谐波电压含量从 0.756% 增加到 5.901%。 说明 134 次背景谐波电压被严重放大,同时也验证 了文中分析所得谐波放大点的准确性。

综上可知,仿真验证了所提方法的有效性和准确性,同时也表明了考虑线路分布参数是准确分析 谐波不稳定的必要条件。忽略线路分布参数可能 导致稳定性分析和高频谐波放大点分析不准确,甚 至遗漏高频谐波放大点。

5 结论

针对计及线路分布参数后,谐波不稳定分析面 临系统超越方程零极点难以求解的问题,文中提出 了一种基于 Pade 近似的超越方程零极点求解方法。 该方法不仅可准确评估系统的稳定性,还可分析系 统的谐波放大点。文中进一步分析了不同电网强 度和线路长度下,线路分布参数对谐波不稳定的影 响,得到如下结论:

(1)随着电网强度降低或线路长度增加,系统 极点均向低频区移动。此外,线路长度越长,系统 存在谐波放大点越多。

(2)线路的串联阻抗模型不适用于谐波不稳定 分析。同时,仅考虑线路集中单 π 模型虽可分析系 统稳定性和较低次谐波放大点,但会遗漏高频谐波 放大点。

因此,线路分布参数是准确评估谐波不稳定的 必要条件。未来,将进一步研究计及线路分布参数 下,不同控制策略对谐波不稳定的影响。 本文得到国网浙江省电力有限公司科技项目 (5211JX220005)资助,谨此致谢!

参考文献:

- 股伟斌,熊连松,赵涛.并网逆变器发电系统稳定性分析方法综述[J].南方电网技术,2019,13(1):14-26.
 YIN Weibin, XIONG Liansong, ZHAO Tao. Review of stability analysis methods of grid-tied inverter power generation systems
 [J]. Southern Power System Technology, 2019, 13(1):14-26.
- [2] 苏大威,徐伟,张琦兵,等. 基于阻抗分析法的风储并网系统 谐波稳定性分析[J]. 智慧电力,2022,50(6):64-71.
 SU Dawei,XU Wei,ZHANG Qibing, et al. Harmonic stability analysis of wind-storage grid-connected system based on impedance analysis method[J]. Smart Power,2022,50(6):64-71.
- [3] 杜晓东,陈泽,赵百捷,等. 基于双传播模型的含风电场的配 电网谐波谐振影响分析[J]. 电网与清洁能源,2022,38(4): 129-134.

DU Xiaodong, CHEN Ze, ZHAO Baijie, et al. Influence analysis of harmonic resonance in the distribution network containing wind farms based on double propagation model[J]. Power System and Clean Energy, 2022, 38(4):129-134.

 [4] 徐政,金砚秋,李斯迅,等.海上风电场交流并网谐波谐振放 大机理分析与治理[J].电力系统自动化,2021,45(21): 85-91.

XU Zheng, JIN Yanqiu, LI Sixun, et al. Mechanism analysis and mitigation of harmonic resonance amplification caused by AC integration of offshore wind farm [J]. Automation of Electric Power Systems, 2021, 45(21):85-91.

- [5] CHEN Z Y, HUANG X C, LUO A, et al. Wideband harmonic resonance characteristics and coordinated damping method for distributed generation power plants [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2019,66(10):7753-7764.
- [6] HATZIARGYRIOU N D, MILANOVIC J V, RAHMANN C, et al. Stability definitions and characterization of dynamic behavior in systems with high penetration of power electronic interfaced technologies[C]//Technical Report PES-TR77, Power System Dynamic Performance Committee. Piscataway, NJ, USA, 2020: 24-25.
- [7] 陶海东,胡海涛,朱晓娟,等. 车网耦合下的牵引供电系统谐振不稳定机理分析[J]. 中国电机工程学报,2019,39(8):
 2315-2324,14.

TAO Haidong, HU Haitao, ZHU Xiaojuan, et al. Mechanism on resonance instability of traction power supply system considering interaction between trains and networks[J]. Proceedings of the CSEE, 2019, 39(8):2315-2324, 14.

[8] 郑嘉龙,杨鸽,陈开宇,等. LCL 型多逆变器并网系统谐振研究综述[J]. 电力系统保护与控制,2022,50(21):177-187.
ZHENG Jialong, YANG Ge, CHEN Kaiyu, et al. An overview on resonance for a multiple LCL-type inverter grid-connected system [J]. Power System Protection and Control, 2022, 50 (21):177-187.

- [9] LI Z Y, HE Z Y, SONG Y T, et al. Stochastic assessment of harmonic propagation and amplification in power systems under uncertainty [J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2021, 36 (2):1149-1158.
- [10] 曹芸凯,赵涛,朱爱华,等. 计及电网和线路阻抗的并联逆 变器谐振抑制方法[J]. 电力科学与技术学报,2022,37
 (2):188-196.
 CAO Yunkai, ZHAO Tao, ZHU Aihua, et al. Resonance sup-

pression method for parallel inverters consideringthe grid and line impedance [J]. Journal of Electric Power Science and Technology, 2022, 37(2):188-196.

- [11] WANG X F, BLAABJERG F. Harmonic stability in power electronic-based power systems: concept, modeling, and analysis
 [J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2018, 10(3):2858-2870.
- [12] 张琦,李锐,张永平,等. 具有主动阻尼特征的 LCL 并网递 变器状态反馈控制方法[J]. 电工技术学报,2019,34(8): 1698-1707.
 ZHANG Qi,LI Rui,ZHANG Yongping, et al. Active damping method based on state-feedback for grid-connected inverter with LCL filter[J]. Transactions of China Electrotechnical Society,2019,34(8):1698-1707.
- [13] WANG Y B, WANG X F, BLAABJERG F, et al. Harmonic instability assessment using state-space modeling and participation analysis in inverter-fed power systems [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(1):806-816.
- [14] SUN J. Impedance-based stability criterion for grid-connected inverters[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2011, 26(11):3075-3078.
- [15] YOON C, BAI H F, BERES R N, et al. Harmonic stability assessment for multiparalleled, grid-connected inverters [J].
 IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2016, 7(4): 1388-1397.
- [16] 许德志,汪飞,阮毅,等. 多逆变器并网系统输出阻抗建模与谐波交互[J]. 电机与控制学报,2014,18(2):1-7.
 XU Dezhi, WANG Fei, RUAN Yi, et al. Output impedance modeling and harmonic interactions of multiple inverters grid-connected system[J]. Electric Machines and Control,2014,18 (2):1-7.
- [17] 吴恒,阮新波,杨东升. 弱电网条件下锁相环对 LCL 型并网 逆变器稳定性的影响研究及锁相环参数设计[J]. 中国电 机工程学报,2014,34(30):5259-5268.
 WU Heng, RUAN Xinbo, YANG Dongsheng. Research on the stability caused by phase-locked loop for LCL-type grid-connected inverter in weak grid condition[J]. Proceedings of the CSEE,2014,34(30):5259-5268.
- [18] 杨苓,陈燕东,周乐明,等. 弱电网下锁相环对三相 LCL 型并网逆变器小扰动建模影响及稳定性分析[J]. 中国电机 工程学报,2018,38(13):3792-3804,4020.
 YANG Ling, CHEN Yandong, ZHOU Leming, et al. Effect of phase locked loop on the small-signal perturbation modeling and stability analysis for three-phase LCL-type grid-connected

inverter in weak grid[J]. Proceedings of the CSEE, 2018, 38 (13):3792-3804,4020.

- [19] ZHOU S Y,ZOU X D,ZHU D H, et al. An improved design of current controller for LCL-type grid-connected converter to reduce negative effect of PLL in weak grid[J]. IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, 2018, 6 (2):648-663.
- [20] ARAÚJO A R J, SILVA R C, KUROKAWA S. Comparing lumped and distributed parameters models in transmission lines during transient conditions [C]//2014 IEEE PES T&D Conference and Exposition. Chicago, IL, USA. IEEE, 2014;1-5.
- [21] PENG X H, YANG H G. Stability analysis of multi-paralleled grid-connected inverters including distribution parameter characteristics of transmission lines [J]. CSEE Journal of Power and Energy Systems, 2020, 7(1):93-104.
- [22] 陈智勇,罗安,黄旭程,等. 基于欧拉公式的宽频谐波谐振稳定性评估法[J]. 中国电机工程学报,2020,40(5):1509-1523.
 CHEN Zhiyong,LUO An,HUANG Xucheng,et al. Euler's formula-based stability assessment for wideband harmonic resonances[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(5):1509-1523.
- [23] FRANCIS G, BURGOS R, BOROYEVICH D, et al. An algori-

thm and implementation system for measuring impedance in the D-Q domain [C]//2011 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition. Phoenix, AZ, USA. IEEE, 2011;3221-3228.

- [24] ZHAN Y, XIE X R, LIU H K, et al. Frequency-domain modal analysis of the oscillatory stability of power systems with highpenetration renewables [J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2019, 10(3):1534-1543.
- [25] GOLUB G H, VAN LOAN C F. Matrix computations[M]. Baltimore: Johns Hopkins University Press, 2012.
- [26] 韩昆仑,杨东睿,代宇. 基于矢量拟合的直流输电线路建模
 [J]. 科学技术与工程,2021,21(24):10304-10309.
 HAN Kunlun, YANG Dongrui, DAI Yu. Direct-current transmission lines modeling based on vector fitting [J]. Science Technology and Engineering,2021,21(24):10304-10309.

作者简介:



徐方维(1978),女,博士,教授,研究方向 为电能质量及谐波问题等(E-mail:xufangwei@ scu.edu.cn);

陈锴(1998),男,硕士在读,研究方向为分 布式电站谐波不稳定;

郑鸿儒(1995),男,博士在读,研究方向为 电能质量及谐波责任划分。

A harmonic instability analysis method for solving the zero and pole distributions of the transcendental equation

XU Fangwei¹, CHEN Kai¹, ZHENG Hongru¹, CHEN Chao², MA Zhiquan³, LUO Zhongyou⁴

(1. School of Electrical Engineering, Sichuan University, Chengdu 610065, China;

2. Jiaxing Power Supply Company, State Grid Zhejiang Electric Power Co., Ltd., Jiaxing 314000, China;

3. State Grid Zhejiang Electric Power Co., Ltd. Research Institute, Hangzhou 310014, China;

4. State Grid Xinjiang Electric Power Co., Ltd., Urumqi 830002, China)

Abstract: The distributed parameter model of the transmission line is a necessary premise for accurately analysing the harmonic instability of the wind farm. However, when the model is used for harmonic instability analysis, it causes difficulties in solving the zero and pole distributions of the transcendental equation of the system. Given this, the impedance model of the wind farm considering the line distribution parameters is established and verified. Next, a method based on Pade approximation to solve the zero and pole distributions of the transcendental equation is proposed. The exponential function is approximated to the rational fraction only by selecting the order of the rational fraction, without fitting coefficients. Further, the influence of different transmission line models on the harmonic instability under different line lengths and grid strengths is analyzed. Finally, the effectiveness of the proposed method is verified by the simulation case. The results show that the effect of distribution parameters cannot be ignored, otherwise, it may lead to the inaccurate analysis of stability and deviation or even omission of harmonic amplification points in the high-frequency band. The proposed method can not only accurately evaluate the stability of the system, but also analyze the harmonic amplification points.

Keywords: distributed parameters; transcendental equation; harmonic instability; zero and pole distributions; Pade approximation; wind farm

(编辑 陆海霞)