

基于拉格朗日插值函数分析的输电铁塔应力精确分布研究

陆文伟, 马寿虎, 葛乐, 杨志超

(南京工程学院 电力工程学院, 江苏 南京 211167)

摘要:针对输电铁塔应力计算将节点应力视为铁塔构件的最大应力,会对实际的安全评价造成较大误差的问题,提出了基于拉格朗日插值函数分析的输电铁塔应力精确计算方法,并开发了输电铁塔应力精确计算软件。采用桁梁混合模型对输电铁塔进行建模,分别对铁塔结构中的刚性单元和柔性单元进行有限元线性分析和有限元非线性分析,计算出各节点的应力,再通过拉格朗日插值函数对其进行分析处理,求得构件的最大应力。通过自主开发的输电铁塔应力精确计算软件还原了铁塔的倒塔事故,计算结果表明该计算方法具有较高的精度,可提高对输电铁塔结构安全评价的准确性。

关键词:输电铁塔;安全评价;节点应力;拉格朗日插值函数;最大应力

中图分类号: TM753

文献标志码: A

文章编号: 1009-0665(2016)04-0040-04

现代电力系统中,架空输电线路扮演着重要角色,它不仅承担着传送输配电的功能,还要抵抗自然或人为带来的干预与破坏,且需要对铁塔的运行状态给出合理的综合评价,防患于未然,提高输电线路运行的安全性和可靠性。长期运行资料表明,输电线路安全事故大多由输电铁塔本体受外力破坏造成^[1]。输电铁塔本体安全由铁塔应力和塔材实际强度2个方面表征^[2]。随着我国电力事业的迅速发展,输电铁塔结构日趋复杂,对于存在柔性杆件的铁塔,若采用传统的有限元线性分析,则计算结果由于计算过程中对其进行线性化近似处理而产生较大的偏差。目前采用有限元非线性分析^[3-6],该方法将铁塔结构中的刚性杆件也用非线性分析,虽然其计算结果的精确度较高,但大大增加了刚性杆件分析的计算量,降低了计算速度,不能应用于铁塔结构安全的实时监测。因此本文将铁塔结构中的刚性单元跟柔性单元分别进行线性分析与非线性分析,以提高其计算速度。

目前对铁塔结构的应力分析都采用有限元法,有限元是将所研究的物体分解成若干个单元,每个单元先假定一个近似解,然后求出该域的满足条件,进一步得到最终的解^[7,8]。有限元与传统的分析方法相比具有较高的精度,且能分析复杂的铁塔结构,然而有限元只能求解节点的应力,并通常把节点应力视为铁塔构件的最大应力,实际情况中构件的最大应力并非就是节点应力,且构件的最大应力由该构件全部节点变形计算得到,而节点应力只由该节点变形计算得到,因此若将节点应力视为最大应力则会影响到铁塔结构安全评价的准确性。本文对铁塔结构中的刚性单元跟柔性单元分别采用线性和非线性方法对其进行分析,且对节点

应力进一步分析处理,求出2节点间构件的最大应力,得到铁塔应力的精确分布及最大值,提高对铁塔结构安全评价的准确性。

1 铁塔结构模型与材料模型

1.1 铁塔结构模型

首先建立铁塔结构的桁梁混合模型,将既承受轴向力又承受剪力和弯矩的主材或者横隔材视为梁单元,只承受轴向力的斜材被视为杆单元,而不承受作用力的辅材则被简化掉不作为模型的单元^[9-11]。以铁塔的横担方向作为整体坐标系的 x 轴,线路方向作为 y 轴,竖直方向作为 z 轴,并满足右手定则;以杆单元所在直线作为单元局部坐标系的 x 轴,杆件与局部坐标系下的 x 轴方向重合,其正方向与整体坐标系 x 轴正方向一致。

1.2 铁塔材料模型

对于不存在柔性杆件的铁塔,塔材是线弹性材料。对于存在柔性杆件的复杂铁塔,将塔材分为2组:(1)承受拉压的刚性单元;塔材是线弹性材料。(2)承受拉力的柔性单元;只承受拉力,不能承受压力杆件^[12,13]。

2 铁塔结构应力分析

2.1 刚性单元线性分析

根据所用钢材的横截面积、材料的弹性模量和剪切模量等相关参数生成单元刚度矩阵^[14],根据杆件之间的空间角度关系、杆件之间连接关系,转换叠加上铁塔整体刚度矩阵 $[\bar{\mathbf{K}}]^{(e)}$,根据铁塔钢材的自重、铁塔所受的风荷载和铁塔所受导线的拉力分别等效为相应节点所受的载荷,并生成节点载荷阵列 $[\bar{\mathbf{R}}]^{(e)}$,每个节点具有6个自由度,即杆件承受一维轴力、两维剪力、两维弯矩、一维扭矩,即对应着节点的6个自由度^[14];以节点位移阵列作为未知量,与整体刚度矩阵,节点载

收稿日期:2016-03-13;修回日期:2016-04-27

基金项目:国家自然科学基金(61473144);江苏省产学研联合前瞻性项目(BY201500905);江苏省电力公司科技重点项目(J2014090)

荷阵列组成矩阵方程 $[\bar{\mathbf{K}}]^{(e)}[\bar{\boldsymbol{\delta}}]^{(e)} = [\bar{\mathbf{R}}]^{(e)}$ 。由于整体刚度矩阵为奇异矩阵,方程组无解,若要求解该方程,必须引入约束条件,限制铁塔结构的刚性位移,保证整体刚度方程有惟一解。采用对角元素置1法,将 $\delta_i = \delta_0$ 引入整体刚度矩阵,针对输电铁塔的4个塔腿中,与基础连接的部分是固定端约束,因此 $\delta_0 = 0$;将刚度矩阵 \mathbf{K} 的第 i 行的主对角线元素 K_{ii} 置1,其余元素清0,且将第 i 行的载荷项 R_i 用0代替。即代入24个位移边界条件,消除整体刚度矩阵的奇异性,从而采用高斯消元法进行矩阵方程求解,求解出节点位移矩阵,再根据弹性力学中应变与位移的关系^[15],计算出各节点的应力、应变。

2.2 柔性单元非线性分析

由于铁塔结构中柔性杆件的应力与应变呈非线性关系。因此,对于求解此类非线性问题,不能采用传统的直接求解方法,必须把非线性问题分成若干个加载步,分阶段对其逐步求解,即只要把荷载分的足够细,迭代次数足够多,就可以用分段线性分析代替大位移小应变的非线性^[16]。运用修正的结构几何位置变形原理对铁塔结构中的柔性单元进行非线性分析,即以 t 时刻的状态作为基准,推出 $t + \Delta t$ 时刻的状态。修正的结构几何位置变形原理:

$$\begin{cases} X_l = X_0 + U_j - U_i \\ Y_l = Y_0 + V_j - V_i \\ \theta = \arctan\left(\frac{Y_l}{X_l}\right) \end{cases} \quad (1)$$

式(1)中: X_0, Y_0 为柔性单元的坐标值; U_i, V_i 为单元变形后在节点 i 处的位移; U_j, V_j 为单元变形后在节点 j 处的位移。

梁单元的节点位移可以表示为:

$$\begin{cases} U_i = V_i - V_j \\ U_j = l - l_0 \\ \theta'_i = \theta_i - (\theta - \theta_0) \\ \theta'_j = \theta_j \end{cases} \quad (2)$$

式(2)中: l_0, θ_0 为柔性单元的坐标值; U_i, V_i, θ_i 为单元变形后在节点 i 处的位移; U_j, V_j, θ_j 为单元变形后在节点 j 处的位移。

则节点位移阵列可以表示为:

$$[\bar{\boldsymbol{\delta}}]^{(e)} = [0 \ 0 \ \theta'_i \ U'_j \ 0 \ \theta'_j] \quad (3)$$

变形后的单元节点力可以表示为:

$$[\mathbf{K}']^{(e)}[\boldsymbol{\delta}']^{(e)} = [\mathbf{F}']^{(e)} \quad (4)$$

式(4)中: $[\mathbf{K}']^{(e)}, [\boldsymbol{\delta}']^{(e)}, [\mathbf{F}']^{(e)}$ 分别为局部坐标系下变形后的单元刚度矩阵、节点位移和单元节点力。

通过坐标转换为整体坐标下单元节点力,式(4)可变为:

$$[\bar{\mathbf{K}}']^{(e)}[\bar{\boldsymbol{\delta}}']^{(e)} = [\bar{\mathbf{F}}']^{(e)} \quad (5)$$

如果将结构以线性分析计算得到的弹性位移作为第一次近似值,然后通过式(3)、式(4)算出各单元作用在节点上的力为:

$$[\mathbf{R}_r] = - \sum_{e=1}^{n_e} [\mathbf{F}]^{(e)} \quad (6)$$

则在各节点上产生的不平衡力为:

$$[\Delta\mathbf{R}] = [\mathbf{R}] + [\mathbf{R}_r] = [\mathbf{R}] - \sum_{e=1}^{n_e} [\mathbf{F}]^{(e)} \quad (7)$$

将不平衡力作用到结构的各节点上,得出节点的第二次近似值,重复上述过程多次迭代直至 $[\Delta\mathbf{R}] \approx 0$ 为止。假设结构在载荷作用下已用线性理论方法求出位移的近似值,其迭代步骤为:

(1) 建立各单元的局部坐标,并计算出各单元在局部坐标下的单元刚度矩阵 $[\mathbf{K}']^{(e)}$ 和位移阵列 $[\boldsymbol{\delta}']^{(e)}$ 。

(2) 计算节点应力 $[\bar{\mathbf{F}}']^{(e)}$,将局部坐标下的单元刚度矩阵 $[\mathbf{K}']^{(e)}$ 和节点应力 $[\mathbf{F}']^{(e)}$ 经坐标变换转换到整体坐标下的 $[\bar{\mathbf{K}}']^{(e)}$ 和 $[\bar{\mathbf{F}}']^{(e)}$ 。

(3) 叠加生成整体结构的刚度矩阵 $[\mathbf{K}] = \sum_{e=1}^{n_e} [\bar{\mathbf{K}}']^{(e)}$ 。

(4) 计算出各单元作用于节点上的力 $[\mathbf{R}_r]$,并计算不平衡力 $[\Delta\mathbf{R}]$,即:

$$\begin{cases} [\mathbf{R}_r] = - \sum_{e=1}^{n_e} [\mathbf{F}]^{(e)} \\ [\Delta\mathbf{R}] = [\mathbf{R}] + [\mathbf{R}_r] \end{cases} \quad (8)$$

(5) 重复上述过程多次迭代直至 $[\Delta\mathbf{R}] \approx 0$ 为止。

2.3 拉格朗日插值

根据上述计算方法所得到的节点应力、应变对各个矩阵中的各项值进行拉格朗日插值,通过插值函数的计算得到较为精确的铁塔各杆件的应力计算公式。应力的拉格朗日插值表达式为:

$$L(x_i) = \sum_{j=0}^k F_{xi} l'_i(x_i) \quad (9)$$

$$L(y_i) = \sum_{j=0}^k F_{yi} l'_i(y_i) \quad (10)$$

$$L(z_i) = \sum_{j=0}^k F_{zi} l'_i(z_i) \quad (11)$$

$$l_i(x_i) = \frac{(x-x_0) \cdots (x-x_{j-1})(x-x_{j+1}) \cdots (x-x_k)}{(x_i-x_0) \cdots (x_i-x_{j-1})(x_i-x_{j+1}) \cdots (x_i-x_k)} \quad (12)$$

$$l_i(y_i) = \frac{(y-y_0) \cdots (y-y_{j-1})(y-y_{j+1}) \cdots (y-y_k)}{(y_i-y_0) \cdots (y_i-y_{j-1})(y_i-y_{j+1}) \cdots (y_i-y_k)} \quad (13)$$

$$l_i(z_i) = \frac{(z-z_0) \dots (z-z_{j-1})(z-z_{j+1}) \dots (z-z_k)}{(z_i-z_0) \dots (z_i-z_{j-1})(z_i-z_{j+1}) \dots (z_i-z_k)} \quad (14)$$

式(9—14)中: F_i 为节点的应力矢量; x, y, z 分别为节点应力的方向; l_i 为拉格朗日基本多项式(拉格朗日基函数); L 为拉格朗日插值多项式。

对其中的 $L(x), L(y), L(z), L(xy), L(yz), L(xz)$ 的自变量进行一阶微分,求出其导数等于0的点,即令 $L'(x)=0, L'(y)=0, L'(z)=0, L'(xy)=0, L'(yz)=0, L'(xz)=0$,解分别记为 $x', y', z', xy', yz', xz'$,分别求出 $L(x'), L(y'), L(z'), L(xy'), L(yz'), L(xz')$ 的值,此时可以求得铁塔 x, y, z 轴各个方向上应力的极点以及最大值。

3 设计与实现

以桁梁混合模型对铁塔结构建模,将既承受轴向力又承受剪力和弯矩的主材或者横隔材视为梁单元,只承受轴向力的斜材被视为杆单元,而不承受作用力的辅材则被简化掉不作为模型的单元。对于存在柔性杆件的复杂铁塔,将铁塔结构按材料分为2组:刚性单元和柔性单元,对于刚性单元采用有限元线性分析,即上述求解矩阵方程 $[\bar{K}]^{(e)}[\bar{\delta}]^{(e)} = [\bar{R}]^{(e)}$ 的方法求出节点的应力、应变;对于柔性单元采用有限元非线性分析,即利用上述的有限元增量法和牛顿迭代法求解节点的应力与应变。根据计算得到的节点应力、应变,分别对其进行拉格朗日插值,通过插值函数的计算得到较为精确的铁塔整体各部位的应力计算公式,并对其进行一阶微分求出最大值,即铁塔构件中的最大应力。在 eclipse 的开发环境下,用 java 语言编写铁塔构件应力精确计算程序,从而实现上述的计算方法,提高对输电铁塔结构安全评价准确性,计算流程图如图 1 所示。

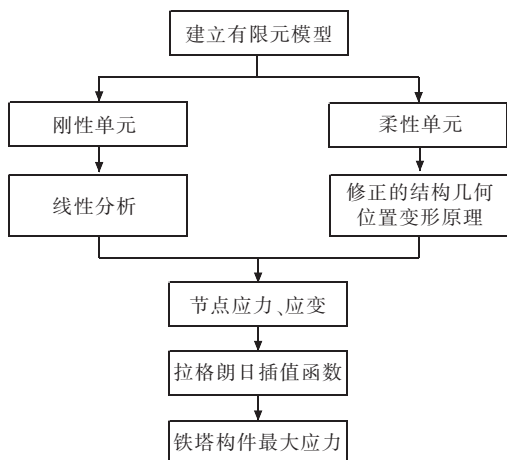


图 1 输电铁塔构件最大应力计算流程图

4 实例验证

110 kV 直线塔倒塔事故照片如图 2 所示。

以图 2 中的 110 kV 直线塔为例,利用上述的计算



图 2 110 kV 直线塔倒塔事故实际照片

方法,对直线塔结构中的刚性单元进行线性分析,对柔性单元进行非线性分析,求出各节点的应力,并对其进行拉格朗日插值,求出铁塔构件中的最大应力,把计算出的构件最大应力与把节点应力视为铁塔构件的最大应力以及钢材的屈服强度进行比较,如表 1 所示。表 1 左侧最大应力为本方案计算结果,右侧最大应力则为将节点应力视为铁塔构件的最大应力的计算结果。

表 1 直线塔有限元分析结果

| 组别 | 单元号 | 长度/m | 材料 | 钢材编号 | 最大应力 /MPa | |
|-------|-----|-------|------|-------|-----------|---------|
| | | | | | 本文计算方法 | 传统有限元分析 |
| 刚性单元组 | 1 | 6 | Q235 | 5-12 | 264 | 214 |
| | 2 | 6 | Q235 | 6-10 | 259 | 209 |
| | 3 | 6 | Q235 | 7-11 | 256 | 208 |
| | 4 | 2.39 | Q235 | 11-12 | 237 | 216 |
| | 5 | 2.39 | Q235 | 9-12 | 235 | 194 |
| 柔性单元组 | 1 | 1.925 | Q235 | 14-15 | 237 | 203 |
| | 2 | 1.925 | Q235 | 15-16 | 242 | 214 |
| | 3 | 1.925 | Q235 | 13-16 | 246 | 209 |

由表 1 可知,传统有限元分析中,塔身部分编号为 5-12,6-10,7-11,11-12,9-12,14-15,15-16,13-16 的 8 根杆件的应力未超过其屈服强度,然而在本方案计算结果中却超过了屈服强度,因而导致杆件发生弯曲变形、折断,造成钢材的变形折断,与图 2 实际倒塔事故照片中铁塔折断的位置吻合,计算结果更加精确,因此可以利用该计算方法对输电铁塔结构进行更准确的安全评价。

5 结束语

本文从理论和实际工作 2 个方面对输电铁塔构件的最大应力分析做了初步的探讨,基于铁塔结构的有限元原理分析方法,自主开发了一种计算输电铁塔构件最大应力的方法,并开发了输电铁塔应力精确计算的软件。通过上述的实例验证,证明了该方法的计算结果更为精确,可以提高对铁塔结构安全评价的准确性,并可以对铁塔最薄弱的环节进行预警。

参考文献:

- [1] 王梅义. 大电网事故分析与技术应用[M]. 北京:中国电力出版社,2008; 27-34.
- [2] 葛乐,杨志超,胡波,等. 面向复杂工况的输电线路本体结构安全评价[J]. 电力系统自动化,2013,37(20):108-113.
- [3] 杨万里,鲍务均,龙小乐. 输电杆塔结构的非线性有限元设计分析[J]. 湖北电力,1999,23(1):25-27.
- [4] 喻明志,龙小乐,鲍务均. 输电杆塔结构受力线性及非线性设计分析[J]. 山东电力技术,1998,18(2):39-41.
- [5] 李英明,韩军,刘立平. ANSYS在砌体结构非线性有限元分析中的应用研究[J]. 重庆建筑大学学报,2006,28(5):90-96.
- [6] 施刚,石永久,王元清. 钢框架梁柱端板连接的非线性有限元分析[J]. 工程力学,2008,25(12):79-85.
- [7] 丁薇,谭向宇. 基于有限元分析的悬式绝缘子串电场仿真[J]. 云南电力技术,2015,43(2):11-13.
- [8] 陈剑宇,刘文懋. 基于有限元法的超大型间接式冷却塔结构参数分析计算[J]. 内蒙古电力技术,2015,33(2):57-60.
- [9] 陈祺,王新芳. 输电铁塔 ANSYS 建模及有限元分析[J]. 山西建筑,2009,35(20):60-63.
- [10] 季善浩. 输电铁塔的结构分析与管理研究[D]. 北京:华北电力大学硕士学位论文,2011.
- [11] 周新华. 高压输电铁塔结构强度分析[D]. 河北:华北电力大学硕士学位论文,2002.
- [12] 杨万里,龙小乐,鲍务均. 输电杆塔的结构设计分析[J]. 武汉大学(宜昌)学报,1999,21(1):58-61.
- [13] 龙述尧,刘腾喜. 计算力学[M]. 长沙:湖南大学出版社,2007:259-263.
- [14] 朱贤俊. 输电线路塔—线混合体系的动力学模型分析[J]. 江苏电机工程,2006,25(2):48-50.
- [15] 任学平,高耀东. 弹性力学基础及有限单元法[M]. 内蒙古:华中科技大学出版社,2007:56-62.
- [16] 孙燕. 500 kV 输电铁塔结构的几何非线性数值模拟[D]. 河北:华北电力大学硕士学位论文,2007.

作者简介:

- 陆文伟(1991),男,江苏常州人,硕士研究生,研究方向为电网主设备及系统安全运行;
- 马寿虎(1990),男,江苏淮安人,硕士研究生,研究方向为电网主设备及系统安全运行;
- 葛乐(1982),男,江苏泰州人,副教授,研究方向为电网主设备及系统安全运行、分布式能源与主动配电网;
- 杨志超(1960),男,江苏常州人,教授,研究方向为电力设备在线监测与状态评估、主动配电网运行与控制技术。

Research on Transmission Tower Stress Exact Distribution Based on Lagrange Interpolation Function Analysis

LU Wenwei, MA Shouhu, GE Le, YANG Zhichao

(School of Electric Power Engineering, Nanjing Institute of Technology, Nanjing 211167, China)

Abstract: Using nodes stress as maximum stress to evaluate tower component's safety is not accurate. A Lagrange interpolation function method for transmission tower stress calculation is proposed, and a power transmission tower stress calculation software is developed. Firstly, the method uses hybrid truss beam model for transmission tower, and finite element linear analysis and nonlinear finite element analysis are implemented on the structure of rigid and flexible units of tower. Then, the stress of each node is calculated, and through the Lagrange interpolation function the maximum stress can be obtained. Through the developed transmission tower stress calculation software, the process of tower accident is simulated. The simulation calculation results show that the calculation method has a high accuracy and can improve the accuracy of transmission tower structure safety assessment.

Key words: transmission tower; safety evaluation; node stress; Lagrange interpolation function; maximum stress

(上接第 39 页)

Intelligent Meter Reading System of Wireless Sensor Network Based on ZigBee

JIN Ping¹, TIAN Zhengqi¹, PENG Yufei²

(1.State Grid Jiangsu Electric Power Company Electric Power Research Institute, Nanjing 211103, China;

2.Nanjing Normal University, Nanjing 210023, China)

Abstract: At present, the solution to energy supply and demand balance of electric power company is based on the experience of controlling power consumption. Because of lacking detailed user consumption records, it is unable to predict the future consumption of power grid based on historical demand data. Intelligent meter reading system is based on wireless sensor network, such as short distance ZigBee network. Therefore, the system has the features of data security and user node scalability. The example model shows that the reasonable capacity planning can realize the automatic and real-time monitoring of remote user's electric meter. The accurate records and real-time data backup reduces the material consumption of paper documents, and the statistical analysis of household consumption data improves the efficiency of management and provides a valuable basis for energy saving.

Key words: wireless sensor network; ZigBee; extensibility; intelligent meter; remote monitoring